

# Principios y Fundamentos de la Hidrología Superficial



**Agustín Felipe Breña Puyol**  
**Marco Antonio Jacobo Villa**

## CONTENIDO

Presentación .....	3
Introducción .....	6
Prefacio .....	9
Capítulo 1. Fundamentos Básicos .....	10
1.1 Definición .....	10
1.2 Objetivos .....	10
1.3 Ciclo hidrológico .....	10
1.4 Procesos hidrológicos .....	15
1.5 Enfoque de los problemas hidrológicos .....	20
Referencias .....	22
Capítulo 2. Cuenca Hidrológica .....	23
2.1 Conceptos Generales .....	23
2.2 Cuencas y regiones hidrológicas en la República Mexicana .....	24
2.3 Características fisiográficas .....	27
2.4 Curva hipsométrica .....	29
2.5 Red de drenaje y aspectos geomorfológicos .....	29
2.6 Área, pendiente y elevación de una cuenca .....	35
2.7 Forma de la cuenca .....	37
2.8 Perfil y pendiente del cauce .....	39
Referencias .....	45
Capítulo 3. Precipitación .....	46
3.1 Fenómenos meteorológicos .....	46
3.2 Elementos climatológicos .....	52
3.3 Estación climatológica .....	61
3.4 Tipos de precipitación .....	63
3.5 Aparatos de medición de la lluvia .....	65
3.6 Técnicas de análisis de los registros de lluvias .....	66
3.7 Registros discretos puntuales .....	72
3.8 Consistencia de los datos de precipitación .....	76
3.9 Distribución geográfica de la precipitación .....	78
3.10 Redes de medición .....	80
3.11 Relación entre las características de una tormenta y su área llovida .....	82
Referencias .....	117

Capítulo 4. Escurrimiento .....	119
4.1 Fuentes del escurrimiento .....	119
4.2 Procesos del escurrimiento .....	120
4.3 Hidrogramas .....	121
4.4 Análisis de hidrogramas .....	124
4.5 Aforo de corrientes .....	128
4.6 Curvas elevaciones-gastos .....	141
Referencias .....	153
Capítulo 5. Infiltración .....	154
5.1 Aspectos generales .....	154
5.2 Factores que afectan a la capacidad de infiltración ...	160
5.3 Medición de la infiltración .....	161
5.4 Métodos para calcular la infiltración .....	167
5.5 Métodos empíricos .....	175
Referencias .....	189
Capítulo 6. Relaciones lluvia-escurrimiento .....	190
6.1 Métodos empíricos .....	191
6.2 Método del hidrograma unitario .....	200
6.3 Método del hidrograma unitario tradicional .....	201
6.4 Método de la curva o hidrograma S .....	204
6.5 Método del hidrograma unitario instantáneo .....	207
6.6 Hidrogramas unitarios sintéticos .....	213
Referencias .....	250
Capítulo 7. Tránsito de avenidas .....	251
7.1 Introducción .....	251
7.2 Elementos básicos de vasos de almacenamiento .....	251
7.3 Tránsito de avenidas y vasos .....	254
7.4 Tránsito de avenidas en cauces .....	268
Referencias .....	287

## Presentación

En la primera década de siglo XXI y no obstante los avances en la difusión del conocimiento, la publicación y consulta de libros relacionados con el agua y la hidrología es limitada y su edición, distribución y costo de adquisición para el lector es elevada. Las figuras, gráficas, mapas, etc. en color es un factor que incrementa los costos y aleja las ediciones impresas de las manos de la mayoría de las personas a las que se les debe de fomentar la cultura de preservación y cuidado del agua, así como de los estudiantes de bajos recursos económicos (la mayoría de población estudiantil en América Latina y el Caribe y de los grupos marginados de habla castellana de los Estados Unidos de América, Canadá, España y de otros países).

La situación mencionada se agrava cuando las personas, estudiantes o especialistas están en poblaciones pequeñas y alejadas geográficamente de las grandes ciudades en donde se distribuyen y ofrecen con mayor facilidad los títulos relacionados con el estudio y conocimiento del agua.

Este libro es el cuarto de una serie de publicaciones electrónicas relacionadas con el recurso agua que constituyen una evidencia de que libros digitales en la web o en disco compacto de temas especializados:

1. Pueden ser producidos con calidad, bajo costo y corto tiempo de edición por grupos reducidos de especialistas que laboran como profesores o trabajadores en las universidades.
2. Coadyuvan a mejorar la formación de especialistas en el recurso agua y a promover la cultura de su preservación por parte de la sociedad.
3. Su contenido es pertinente con los entornos locales y regionales y enriquece la literatura internacional sobre el tema.
4. Su cobertura es mundial, a través de la web, y local en discos compactos de muy bajo costo, lo que promueve la equidad en su consulta.
5. Son un complemento y una opción competitiva, de calidad y pertinente ante la oferta de libros en venta o suscripción anual por parte empresas editoriales nacionales o internacionales.



6. Su actualización está garantizada al ser la universidad o institución editora la poseedora de los archivos electrónicos originales.

El presente libro se publica en un espacio de la web de la Universidad Autónoma Metropolitana dedicado al apoyo de las actividades de docencia institucionales ([www.uamenlinea.uam.mx](http://www.uamenlinea.uam.mx)), como una experiencia más desarrollada en una universidad presencial que coadyuva a fortalecer la cultura de la preservación del recurso agua y a la formación de especialistas relacionados con el tema, en un contexto de promoción de la innovación educativa y del uso de ambientes educativos con el apoyo de las tecnologías de la información y de las comunicaciones, acción que se asocia a facilitar la incorporación gradual de este paradigma en beneficio de los estudiantes y de los profesores.

Así mismo, esta publicación aparece dos meses antes del inicio del IV Foro Mundial del Agua, que se llevará a efecto en la Ciudad de México del 16 al 22 de marzo del 2006, y es congruente con los principios rectores del Foro, así como con sus objetivos, a saber:

- a. Promover la participación activa de actores de todos los sectores durante el Proceso Preparatorio y en el Foro mismo.
- b. Reforzar la convicción de que los actores locales enfrentan graves retos en el manejo del agua y la implantación de acciones.
- c. Buscar de manera decidida remover los obstáculos que bloquean las acciones locales.
- d. Promover debates regionales dirigidos a tratar retos específicos de las diferentes regiones que conduzcan a compromisos globales y de cada región.

Los autores del libro (Agustín Felipe Breña Puyol y Marco Antonio Jacobo Villa), la responsable de su adaptación electrónica (Guadalupe Alarcón Lizardi) y un servidor como editor, se constituyeron como un grupo de especialistas en su campo de acción, que desean que este trabajo apoye tanto a los especialistas con todos los recursos disponibles, como a los estudiantes, profesores e interesados en el tema de los lugares más alejados del planeta, en donde sea posible consultarlo, ya sea en un disco compacto o en algún sitio público con acceso a Internet.

Extendemos una cordial invitación al lector a consultar el libro y hacer llegar sus comentarios y sugerencias al Dr. Agustín Breña Puyol o al Dr. Marco Antonio Jacobo Villa ([bpfa@xanum.uam.mx](mailto:bpfa@xanum.uam.mx)) o a un servidor al correo [rpa@correo.uam.mx](mailto:rpa@correo.uam.mx).

Mtro. Raul Placencia Amoroz  
Proyectos Especiales  
Coordinación General de Vinculación y  
Desarrollo Institucional  
Rectoría General  
Universidad Autónoma Metropolitana  
Ciudad de México  
10 de enero de 2006

## Introducción

El propósito fundamental que persigue el presente texto es orientar e introducir tanto a ingenieros hidrólogos como a profesionales de las ciencias naturales, en el conocimiento de los fundamentos, principios y aplicaciones de la hidrología de superficie por medio de las tecnologías que están ahora disponibles en las instituciones de educación superior y que tienen como finalidad facilitar el acceso al conocimiento de una rama tan relevante tanto para las ciencias de la Tierra, como para la ingeniería.

Ahora bien, para desarrollar el texto denominado *Principios y Fundamentos de Hidrología Superficial* se ha estructurado en siete capítulos donde se incluyen en forma pormenorizada los fundamentos, principios y aplicaciones de eventos hidrológicos que ocurren en nuestro país con datos reales.

En el primer capítulo denominado *Fundamentos básicos* se describen los aspectos de mayor relevancia que intervienen en la hidrología de superficie tales como su definición y alcances en la ingeniería. Además, se enumeran las características de los procesos involucrados con el ciclo hidrológico, así como el campo de acción del ingeniero hidrólogo o profesionistas cuyo campo de acción es la ingeniería hidrológica.

Posteriormente, en el capítulo 2 se lleva a cabo la descripción de la cuenca hidrológica, unidad básica de los estudios hidrológicos. El contenido comienza con una explicación de los aspectos de mayor relevancia de las cuencas y regiones hidrológicas que se han implementado en nuestro país para la gestión, manejo, administración y planeación de los recursos hídricos.

En una fase posterior se explican las características fisiográficas de las cuencas hidrológicas tales como: parteaguas y área de la cuenca; corriente principal y tributarias; orden de corrientes; ancho y orientación de la cuenca; curva hipsométrica; red de drenaje; pendiente y elevación de una cuenca; forma de la cuenca; perfil y pendiente del cauce; y algunas otras más. El capítulo finaliza con varios ejemplos prácticos donde se ilustran, con datos reales, las aplicaciones de los conceptos descritos.

En el capítulo 3 se enumeran los conceptos relevantes del proceso involucrado con la precipitación y sus interrelaciones con el medio ambiente y las cuencas hidrológicas de la República Mexicana. Para tal efecto, se exponen los aspectos implicados con los fenómenos meteorológicos y los elementos climatológicos que ocurren en nuestro país, así como sus repercusiones en sus entornos de influencia.

Asimismo, para poseer un mayor dominio sobre el proceso de la precipitación se describen nociones tales como: el role que desempeña una estación climatológica; los tipos de precipitación que ocurren en una cuenca hidrológica; los aparatos que se usan para medir la lluvia en forma continua o discreta; las técnicas que se utilizan para analizar el comportamiento de registros discretos de lluvia y su consistencia; la descripción pormenorizada de la distribución geográfica de la precipitación en los diferentes ámbitos geográficos del país; y algunos otros más. En su fase final, se anexan varios ejemplos para ilustrar la aplicación de los eventos asociados con el proceso de la precipitación.

El objetivo del capítulo 4 es describir las interrelaciones que ocurren entre los procesos del escurrimiento y la lluvia. De acuerdo con el ciclo hidrológico el escurrimiento se define como la porción de la precipitación que ocurre en una zona o cuenca hidrológica y que circula sobre o debajo de la superficie terrestre y que llega a una corriente para ser drenada hasta la salida de una cuenca o bien alimentar un lago, si se trata de cuencas abiertas o cerradas, respectivamente.

Ahora bien, el escurrimiento que se presenta en el cauce de un río es alimentado por cuatro fuentes diferentes: precipitación directa sobre el cauce; flujo subsuperficial; flujo base; y escurrimiento directo. Además, cada uno de ellos presenta características muy peculiares, tal como se menciona en el texto del capítulo 4.

Adicionalmente, se lleva a cabo una narración de varios conceptos que intervienen en el proceso del escurrimiento tales como: los hidrogramas y su análisis; el aforo de corrientes a partir de varios métodos; análisis y estimación de las curvas elevaciones-gastos. Al igual que en los tres primeros capítulos, se incluyen varios ejemplos, con datos reales de cuencas mexicanas, para ilustrar su aplicación práctica.

Posteriormente en el capítulo 5, denominado *Infiltración*, se describen las características de mayor relevancia de los fundamentos que están asociados con el proceso de la infiltración. A la cantidad de agua que atraviesa la superficie del terreno por unidad de tiempo por la acción de la precipitación y que se desplaza al subsuelo recibe el nombre de ritmo o tasa de infiltración. Si el agua que se introduce al terreno por la superficie se desplaza a mayor profundidad, entonces se dice que ocurre la percolación. Un porcentaje del agua infiltrada podrá desplazarse en forma lateral a través del material dispuesto abajo de la superficie del terreno, a lo que se denomina interflujo o flujo subsuperficial.



Ahora bien, la infiltración es un proceso complejo ya que esta gobernado por un conjunto de factores relacionados con: el medio poroso o fracturado del suelo o bien con una combinación de diferentes medios; los factores que afectan a la capacidad de infiltración tales como lámina de agua disponible, conductividad hidráulica y características químicas en la superficie del terreno, contenido de agua en los estratos de suelo someros y pendiente de la superficie y rugosidad; y la medición y métodos para calcular la infiltración.

Los conceptos descritos anteriormente se enumeran en este capítulo y para finalizar se adjuntan varios ejemplos de aplicaciones numéricas.

A continuación, el capítulo 6 desglosa los aspectos relevantes del proceso de la transformación de la lluvia en escurrimiento. Un conjunto de parámetros participan en este proceso sobresaliendo: área de la cuenca; altura total de lluvia y su distribución en el tiempo; características fisiográficas generales o promedio de la cuenca; la distribución espacial de la lluvia; y algunas otras de carácter específico.

Ahora bien, este capítulo esta enfocado a la descripción y aplicación de los principales métodos que se han desarrollado para analizar la relación lluvia-escurrimiento en cuencas hidrológicas. El lector encontrará en este apartado las concepciones teóricas, el desarrollo y algunas aplicaciones numéricas de los métodos que tienen una aplicación fecunda en nuestro medio tales como: los métodos empíricos; el método del hidrograma unitario tradicional (HU); el método de la curva o hidrograma S; el método del hidrograma unitario instantáneo (HUI); y los hidrogramas unitarios sintéticos

Finalmente en el capítulo 7, denominado *Tránsito de avenidas*, se analiza la transformación que sufre un hidrograma que se traslada a través de un tramo de río o en el vaso de almacenamiento de una presa. A este proceso se le nombra tránsito de avenidas y, en general, el cambio del hidrograma puede ser tanto en forma como en desplazamiento en el tiempo.

Por su parte, en este capítulo se incluyen las nociones de mayor relevancia de los métodos que se han implementado para resolver los problemas del tránsito de avenidas en cauces y vasos, incluyendo aplicaciones numéricas para ilustrar los métodos. No obstante, una aportación destacada del tránsito de avenidas en vasos es el desarrollo de un método estructurado a partir de un algoritmo de incrementos finitos de fácil aplicación en una computadora personal.

## **Prefacio**

Esta obra tiene como objetivo ofrecer los conceptos teóricos básicos de la Hidrología Superficial, los cuales serán fundamentales en la adecuada aplicación de los métodos y técnicas ya aceptados en la Ingeniería Hidrológica, así como para el desarrollo de nuevas herramientas que ante la problemática actual se requieren.

Asimismo, es pertinente aclarar que en este texto se buscó reunir la información teórica y práctica necesaria que consideramos se requiere para comprender las ideas más importantes de la Hidrología. Desafortunadamente, la mayor parte del material bibliográfico que sirve de soporte en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Hidrología Superficial, está disperso en múltiples fuentes, muchas de ellas escritas en otro idioma, y se procuro incluir aquel material escrito en español de reciente creación.

En la sección de referencias, se muestran de manera detallada los artículos, reportes, libros y manuales que se consultaron, de modo que aquella persona interesada en ampliar o profundizar el conocimiento en alguno de los temas en particular, cuenta con los datos necesarios para recurrir a la referencia bibliográfica correspondiente.

La exposición teórica se complementa con aplicaciones prácticas de problemas reales en nuestro medio. En un futuro se tendrá como suplemento un problemario con ejercicios resueltos y ejercicios propuestos con respuesta, así como un manual de prácticas de campo y laboratorio.

En fin, esperamos que este aporte sea de utilidad tanto para los ingenieros hidrólogos como para aquellos profesionistas interesados en adquirir el conocimiento elemental de la Hidrología de Superficie, así como para quienes requieran consultar alguna definición o algún concepto específico relacionado con el tema.

Agustín Felipe Breña Puyol  
Marco Antonio Jacobo Villa  
Ciudad de México  
Noviembre del 2005

# **1. Fundamentos básicos**

## **1.1. Definición**

La Hidrología, según Dingman (1994), es “La ciencia que se enfoca al ciclo hidrológico global y a los procesos involucrados en la parte continental de dicho ciclo, es decir, es la geociencia que describe y predice:

- Las variaciones espaciales y temporales del agua en las etapas terrestre, oceánica y atmosférica del sistema hídrico global y;
- El movimiento del agua sobre y debajo de la superficie terrestre, incluyendo los procesos químicos, físicos y biológicos que tienen lugar a lo largo de su trayectoria”.

## **1.2. Objetivos**

En general los objetivos de la Hidrología son:

- Adquirir los conocimientos teóricos básicos de los fenómenos hidrológicos, para resolver los problemas que en este campo se presenten en nuestro país;
- Conocer la cantidad, frecuencia y naturaleza de ocurrencia del proceso lluvia-escurrimiento sobre la superficie terrestre y;
- Determinar eventos de diseño, a partir de los datos hidrológicos de los diferentes fenómenos hidrológicos que son registrados en las redes de medición.

## **1.3. Ciclo hidrológico**

El ciclo hidrológico está compuesto por diferentes variables, las cuales se relacionan entre sí por medio de los procesos hidrológicos. En general, se entiende por proceso a una serie de acciones que producen un cambio o desarrollo en un sistema y para el caso particular de la Hidrología, los procesos están asociados con aquellos fenómenos que intervienen tanto en el movimiento del agua como en los cambios que sufre ésta en sus características físicas, químicas y biológicas al desplazarse por diversos medios.

El ciclo hidrológico se puede representar como un sistema, es decir, como una estructura o volumen en el espacio, delimitada por una frontera, cuyos componentes internos interactúan entre sí o con otros sistemas adyacentes (Chow et al, 1988). Los componentes del sistema serán las variables hidrológicas y los procesos que las relacionan entre sí; los sistemas adyacentes serán aquellos que tienen como límites comunes las capas altas de la atmósfera y los sistemas geológicos profundos.

Al considerar una escala a nivel planeta, el ciclo hidrológico se denomina global. Este sistema global se puede subdividir en tres: en un subsistema atmosférico, en un subsistema de agua superficial y en un subsistema de agua subterránea.

En cada subsistema se presentará una capacidad de retención de volúmenes de agua, en cualquiera de sus fases, durante un determinado intervalo de tiempo. La capacidad de retención en un medio también recibe el nombre de almacenamiento y el intervalo de tiempo que permanece un volumen recibe el nombre de tiempo de residencia.

### **Subsistema atmosférico**

Este subsistema se abastece de la evaporación (fenómeno que se origina por la incidencia de la energía proveniente del Sol y de la atmósfera alta), es decir, de los volúmenes de vapor de agua que llegan a la atmósfera desde la superficie del océano y/o desde la superficie del terreno; en este último caso, si existe una cubierta vegetal, se presenta el efecto combinado que recibe el nombre de evapotranspiración.

El vapor de agua podrá ser desplazado por los procesos de circulación atmosférica a otras regiones geográficas donde, si se presentan las condiciones adecuadas, abandonará el subsistema atmosférico al cambiar de fase a través de la precipitación, es decir, se transformará en lluvia, nieve, hielo, rocío, etc.

Esta precipitación podrá tener lugar tanto en la superficie del océano como en el continente y, en algunas situaciones, el agua precipitada no se incorporará a ningún proceso de los subsistemas de agua superficial y subterránea, regresando a la atmósfera; a esta variable se le da el nombre de intercepción o pérdidas, y queda ejemplificada por aquella porción de agua líquida atrapada en las copas de los árboles, techos de las casas, etc.



## **Subsistema del agua superficial**

Para este subsistema la precipitación se considera como una entrada. Una vez eliminada el agua interceptada, el volumen restante se transformará en escurrimiento sobre la superficie del terreno, el cual a su vez llegará al sistema de drenaje del área de captación para formar el escurrimiento superficial; parte de estos escurrimientos saldrán del subsistema como infiltración al subsistema subterráneo o bien como escurrimiento por medio de los sistemas de drenaje regionales que finalmente llegan al océano.

## **Subsistema del agua subterránea**

La entrada a este subsistema proviene básicamente de la infiltración. Parte del volumen infiltrado al subsuelo percola a mayor profundidad, llegando al almacenamiento del agua subterránea; la otra parte se almacena en la región intermedia entre la superficie del terreno y el almacenamiento de agua subterránea de mayor profundidad. En las dos zonas mencionadas del subsuelo tiene lugar el desplazamiento del agua: en el primer caso, se trata del flujo subterráneo, y en el segundo caso se trata del flujo subsuperficial.

El flujo subterráneo puede abarcar grandes extensiones y actuar como una salida del agua subterránea al océano o a otros sistemas regionales.

El flujo subsuperficial es generalmente local y es un proceso importante entre diferentes variables dentro del subsistema; este flujo también se puede convertir en una salida del subsistema por medio de la evapotranspiración.

En la figura 1.1 se muestra la representación esquemática del sistema del ciclo hidrológico global. Se puede notar que el sistema tiene una relación estrecha con dos sistemas adyacentes:

- Con la parte superior de la atmósfera, a través de la energía que llega del Sol y los estratos superiores, y
- Con los sistemas geológicos profundos como aquellos que están asociados a sistemas geotérmicos y que pueden interactuar con los componentes recarga, flujo subterráneo y flujo subsuperficial.

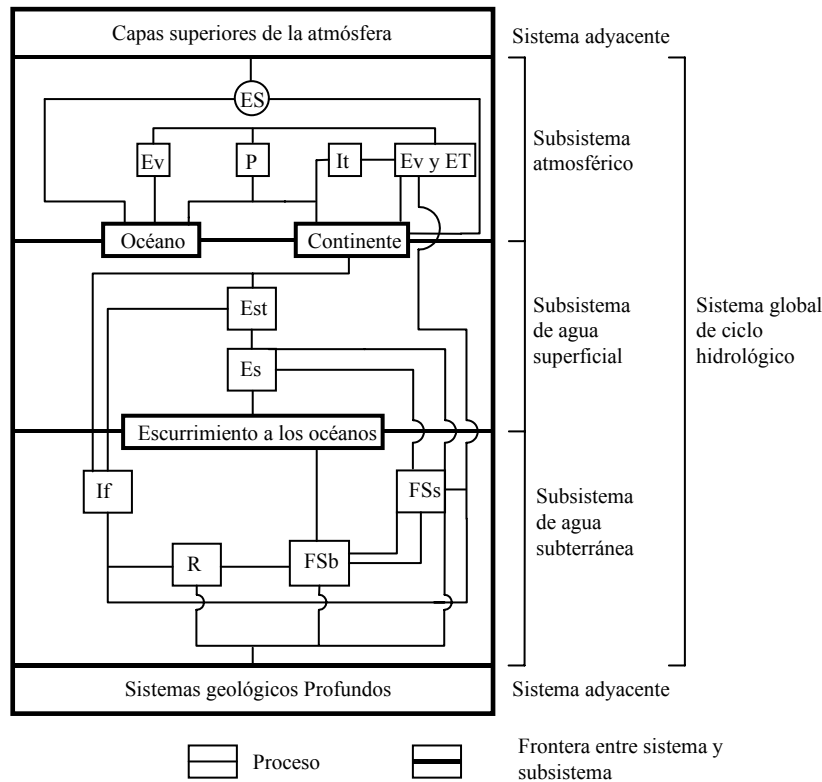


Figura 1.1. Representación esquemática del sistema global del ciclo hidrológico

El significado de cada componente del ciclo hidrológico representado en la figura 1.1.es:

ES, Energía solar de los estratos superiores de la atmósfera;

Ev, Evaporación;

ET, Evapotranspiración;

It, Intercepción;

P, Precipitación;

Est, Ecurrimiento superficial sobre el terreno;

Es, Ecurrimiento superficial;

If, Infiltración;

FSs, Flujo subsuperficial;

R, Recarga;

FSb, Flujo subterráneo.

Los valores volumétricos estimados para diferentes elementos o componentes del ciclo hidrológico se presentan en la tabla 1.1.

*Tabla 1.1. Volúmenes globales estimados de almacenamiento*

Componente	Área, en 10 <sup>6</sup> km <sup>2</sup>	Volumen, en km <sup>3</sup>	Porcentaje del total (%)	Porcentaje de agua dulce (%)
Océanos	361.3	1 338 000 000	96.50	
Agua Subterránea				
- Agua dulce	134.8	10 530 000	0.76	30.10
- Agua salada	134.8	12 870 000	0.93	
Humedad del suelo	82.0	16 500	0.0012	0.05
Hielo polar	16.0	24 023 500	1.70	68.60
Otros tipos de hielo y nieve	0.3	340 600	0.025	1.00
Lagos				
- Agua dulce	1.2	91 000	0.007	0.26
- Agua salada	0.8	85 400	0.006	
Humedales	2.7	11 470	0.0008	0.03
Ríos	148.8	2 120	0.0002	0.006
Agua biológica	510.0	1 120	0.0001	0.003
Agua atmosférica	510.0	12 900	0.001	0.04
Total	510.0	1 385 984 610	100.00	
Total agua dulce	148.8	35 029 210	2.50	100.00

Fuente: Chow et al (1988)

Ahora bien, en la tabla 1.2 se presentan las estimaciones del balance hidrológico global anual tanto para el océano como para el continente.

*Tabla 1.2. Volúmenes globales estimados de almacenamiento por componente del ciclo hidrológico.*

Componente	Unidades	Océano	Continente
Área	km <sup>2</sup>	361 300 000	148 800 000
Precipitación			
- Volumen anual	km <sup>3</sup> /año	458 000	119 000
- Lámina anual	mm/año	1 270	800
Evaporación			
- Volumen anual	km <sup>3</sup> /año	505 000	72 000
- Lámina anual	mm/año	1 400	484
Escurrimiento a los océanos			
Por ríos:			
- Volumen anual	km <sup>3</sup> /año		44 700
Por agua subterránea:			
- Volumen anual	km <sup>3</sup> /año		2 200
Escurrimiento total			
- Volumen anual	km <sup>3</sup> /año		47 000
- Lámina anual	mm/año		316

Fuente: Chow et al (1988)

#### **1.4. Procesos hidrológicos**

Para cuantificar cualquier variable hidrológica involucrada en un proceso determinado, se hace uso de los principios de conservación, así como de expresiones empíricas y semi-empíricas que se han obtenido a través de años de investigación.

Dependiendo del enfoque del estudio, se decide el tipo de herramienta matemática a utilizar en el planteamiento y solución de algún problema particular. Si el interés se centra en una partícula de un sistema cualquiera, entonces se hace uso de las herramientas disponibles para el análisis desde el punto de vista Lagrangiano. Si el análisis de un sistema es conveniente a través de volúmenes de control, entonces se aplica la herramienta que brinda el punto de vista Euleriano. No obstante, el punto de vista Euleriano es el de mayor interés, el cual tiene una herramienta muy poderosa: la ecuación de transporte de Reynolds.



La ecuación de Reynolds se aplica a las propiedades extensivas (aquellas que dependen de la masa) del fluido que está bajo estudio. Si N es la propiedad extensiva total en estudio, entonces:

$$dN/dt = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \eta \rho dV + \int_{sc} \eta \rho v dA$$

(1.1)

donde vc indica volumen de control; sc es la superficie de control;  $\eta$  es la propiedad de interés dividida por la masa;  $\rho$  es la densidad del fluido; v es el vector velocidad media del fluido; dA es el vector asociado con las superficies de control; dV es el diferencial del volumen de control; y t es el tiempo.

Como se puede observar, el término a la izquierda del signo de igualdad, representa el cambio en el tiempo de la propiedad de interés; el primer término a la derecha del signo de igualdad representa el cambio del volumen por unidad de tiempo dentro de la sección de control; y el segundo término de la derecha corresponde a un flujo neto a través de las superficies que limitan al volumen de control.

Ahora bien, a partir de la ecuación (1.1) se pueden obtener las ecuaciones de conservación. Así, para deducir la ecuación de continuidad, si  $\eta$  es igual a la unidad, se obtiene la expresión siguiente:

$$E - S = \pm \Delta V$$

(1.2)

donde E es la entrada por una de las superficies que limitan al volumen de control o sistema; S es la salida por otra de las superficies limitantes; y  $\Delta V$  es el cambio en el almacenamiento en un intervalo de tiempo definido.

La densidad se supone constante y de manera similar se pueden obtener las ecuaciones de energía y momento.

Las ecuaciones anteriores se complementan con las ecuaciones empíricas y semi-empíricas, ofreciendo así los elementos para analizar y cuantificar las variables y los procesos hidrológicos que se presentan en cualquiera de los subsistemas mencionados en el inciso 1.3.

Por otra parte, algunos de los procesos de mayor relevancia que ocurren en el ciclo hidrológico se comentan a continuación:

## La energía que llega a la superficie terrestre desde el Sol y de los estratos atmosféricos superiores

La energía que proviene básicamente del Sol y de las partes altas de la atmósfera, y que alcanza la superficie de la Tierra, es el elemento primordial del ciclo hidrológico.

Esta energía puede ser absorbida, reflejada o emitida por los diferentes tipos de superficie terrestre. El porcentaje que se refleja se denomina albedo, y a la resta de la parte absorbida menos la emitida se le denomina radiación neta, la cual se expresa como:

$$R_n = R_i (1 - \alpha) - R_e \quad (1.3)$$

donde  $R_n$  es la radiación neta;  $R_i$  es la radiación que incide en la superficie;  $\alpha$  es el albedo; y  $R_e$  es la radiación emitida.

La radiación emitida,  $R_e$ , se puede estimar a través de la ley de Stefan-Boltzmann:

$$R_e = e \sigma T^4 \quad (1.4)$$

donde  $e$  representa la emisividad;  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann (tiene un valor numérico aproximado de  $5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/[\text{m}^2 \text{ K}^4]$ ); y  $T$  es la temperatura absoluta en la superficie.

## El transporte atmosférico por vientos

Un proceso importante para el transporte de masas de aire es el viento. La cuantificación de la velocidad del viento cercano a la superficie del terreno se lleva a cabo a través de la expresión del perfil logarítmico, que está en función de la altura y de las condiciones relacionadas con la capa límite expresada por la ecuación:

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{\kappa \ln [z/z_0]} \quad (1.5)$$

donde  $u$  es la velocidad del viento a la altura  $z$ , medida desde la superficie del terreno;  $u^*$  es la velocidad asociada al cortante ( $u^* = [\tau_0/\rho]^{1/2}$ ,  $\tau_0$  es el

esfuerzo cortante en la capa límite y  $\rho$ , la densidad del fluido);  $\kappa$  es la constante de Karman (con un valor aproximado de 0.4); y  $z_0$  es la altura representativa de la rugosidad de la superficie.

## La evaporación

Existe una gran cantidad de métodos y técnicas para estimar la evaporación de una superficie particular. Para los fines que en esta sección se persiguen, se indica uno de los métodos más sencillos de aplicar, para estimar la evaporación a partir de valores medidos en el tanque evaporímetro.

En síntesis, la evaporación media estimada se obtiene al afectar el valor obtenido de la lectura del tanque evaporímetro por un coeficiente que varía entre 0.6 y 0.8.

## La evapotranspiración

La evapotranspiración es un proceso combinado que depende de la influencia de las condiciones atmosféricas sobre el sistema agua-suelo-planta. Uno de los métodos más sencillos para estimar la evapotranspiración, entre muchos existentes, es el de Thornthwaite, el cual requiere, básicamente, de información climatológica y geográfica (Remenieras, 1974).

Según el autor, el valor de la evapotranspiración potencial es función de las variables siguientes:

a). La temperatura media mensual  $t$ , en °C, por medio de índices térmicos mensuales  $i$  calculados por:

$$i = \left[ \frac{t}{5} \right]^{1.5}$$

(1.6)

b). La latitud, en la cual va implícito el valor de insolación.

## **El escurrimiento superficial**

El flujo en cauces naturales y en canales generalmente se estudia haciendo uso de las ecuaciones de conservación y de la ecuación de Manning, la cual tiene la forma siguiente:

$$v = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

(1.7)

donde  $v$  es la velocidad media a través de la sección del cauce o canal;  $n$  es la constante de Manning;  $R_h$  es el radio hidráulico; y  $S$  es la pendiente.

## **El proceso lluvia-escurrimiento en cuencas pequeñas**

En el proceso lluvia-escurrimiento es de uso común la fórmula Racional, la cual relaciona el gasto pico del escurrimiento,  $Q_p$ , con la intensidad media de la lluvia,  $I$ , en una cuenca de área  $A$ . Asimismo, existe un coeficiente de proporcionalidad, denominado coeficiente de escurrimiento  $C$ , que se obtiene de tablas (Aparicio, 1989).

De acuerdo con Viessman et al (1989) la expresión tiene la forma siguiente:

$$Q_p = C I A$$

(1.8)

donde  $Q_p$  es el gasto pico o máximo de escurrimiento;  $I$  es la intensidad media de la lluvia; y  $C$  es el coeficiente de escurrimiento.

## **El flujo subsuperficial y la infiltración**

El flujo subsuperficial y la infiltración generalmente tienen lugar en la denominada zona no saturada, es decir, aquella parte del subsuelo que se encuentra localizada entre la superficie del terreno y los sistemas de flujo subterráneo. Al encontrarse este medio en una condición de saturación parcial, la expresión para determinar en forma cuantitativa el movimiento del agua es diferente a la del flujo subterráneo.

Así, si el medio es poroso, la ecuación que representa a estos procesos es la denominada ecuación de Richards, la cual presenta la forma siguiente (Hillel, 1980):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla [K(\psi)\nabla\psi] + \frac{\partial K}{\partial z}$$

(1.9)

donde  $\theta$  es el contenido de humedad;  $\nabla$  es el operador gradiente;  $K(\psi)$  es la conductividad hidráulica no saturada que es función del potencial mátrico  $\psi$ ; y  $z$  es la coordenada vertical del sistema de referencia.

## El flujo del agua subterránea

El flujo subterráneo se representa matemáticamente a través de la ecuación de Darcy, la cual relaciona la velocidad media del agua en un medio poroso saturado,  $v$ , con el cambio de la carga hidráulica,  $h$ , a lo largo de una dirección determinada del espacio,  $x$ , también denominado gradiente hidráulico,  $\partial h/\partial x$ . La proporción de esta relación está dada por el coeficiente de conductividad hidráulica a saturación,  $K$ .

La expresión es de la forma siguiente:

$$v = -K \frac{\partial h}{\partial x}$$

(1.10)

donde  $v$  es velocidad media del agua en un medio poroso saturado;  $K$  es el coeficiente de conductividad hidráulica; y  $\partial h/\partial x$  es el gradiente hidráulico.

## 1.5. Enfoque de los problemas hidrológicos

El campo de acción del ingeniero hidrólogo es diseñar o revisar, construir o supervisar el funcionamiento de instalaciones hidráulicas que deben resolver problemas prácticos de muy variado carácter.

Es así que el ingeniero hidrólogo tendrá que diseñar puentes, estructuras para el control de avenidas, presas, vertedores, sistemas de drenaje para poblaciones, carreteras, aeropistas, sistemas de abastecimiento de agua, etc.

Asimismo, en la etapa de diseño o revisión, se determinan las dimensiones físicas o la capacidad de conducción de una estructura hidráulica, desde luego, de acuerdo con los volúmenes y gastos que se deseen almacenar o controlar.

Para la fase anterior se requieren estudios hidrológicos para determinar la disponibilidad de fuentes naturales y para saber si el abastecimiento de la fuente es adecuado en todo tiempo, o si se requerirá de otras estructuras

para corregir las deficiencias o para disponer de los volúmenes excedentes de agua.

En el diseño de presas, se determinará la capacidad del vertedor y la elevación máxima del embalse, a partir de la estimación de la tormenta de diseño y de su conversión a una avenida generada en la cuenca. Asimismo, se analizará el comportamiento de las olas y la marea generadas por el viento en el embalse de la presa.

La estabilidad de muros y terraplenes depende de los estudios hidrológicos e hidráulicos que definen los niveles probables del agua, así como la duración y cambios en el tiempo de dichos niveles.

Además, la Hidrología juega también un papel importante en la operación efectiva de estructuras hidráulicas, especialmente en aquellas que se destinan a la generación de energía y control de avenidas, donde se requiere con frecuencia de pronóstico de avenidas y sequías.

## Referencias

- Aparicio, F. (1989). *Fundamentos de Hidrología de Superficie*. Editorial Limusa; México
- Chow, V. T., Maidment, D. R. y Mays, L. W. (1988). *Applied Hydrology*. Editorial Mc Graw-Hill; Estados Unidos de América.
- Dingman, S. L. (1994). *Physical Hydrology*. Editorial Prentice-Hall; Estados Unidos de América.
- Hillel, D. (1980). *Fundamentals of Soils Physics*. Editorial Academic Press; Estados Unidos de América.
- Remenieras, G. (1974). *Tratado de hidrología aplicada*. Editores Técnicos Asociados, S.A.; España.
- Viessman, W., Lewis, G.L. y Knapp, J.W. (1989). *Introduction to Hydrology*. Editorial Harper and Row, 3ª Edición; Estados Unidos de América.

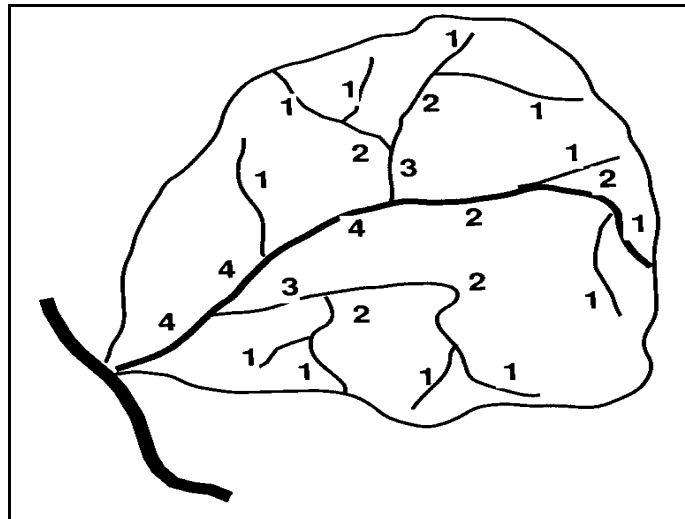
## 2. Cuenca hidrológica

### 2.1. Conceptos generales

La cuenca es aquella superficie en la cual el agua precipitada se transfiere a las partes topográficas bajas por medio del sistema de drenaje, concentrándose generalmente en un colector que descarga a otras cuencas aledañas, o finalmente al océano. La cuenca hidrológica, junto con los acuíferos, son las unidades fundamentales de la hidrología.

Desde el punto de vista de su salida existen dos tipos de cuencas: endorreicas (cerradas) y exorreicas (abiertas).

- a) En el primer tipo, el punto de salida se ubica dentro de los límites de la cuenca y generalmente es un lago.
- b) En el segundo tipo, el punto de salida se localiza en los límites de la cuenca y a su vez la descarga se vierte en una corriente o en el mar, tal como se observa en la figura 2.1.



*Figura 2.1. Cuenca hidrológica exorreica*



## **2.2. Cuencas y regiones hidrológicas en la República Mexicana**

Premisa fundamental del manejo de los recursos hidráulicos es la adopción de la "cuenca hidrológica" y del "acuífero" como las unidades de gestión del recurso agua. En nuestro país, este principio ha sido incorporado recientemente en la Ley de Aguas Nacionales (CNA, 1992).

Los conceptos de unidad de "cuenca hidrológica" y "acuífero", que incluye la debida interrelación entre las aguas superficiales y subterráneas, en calidad y cantidad, conduce a considerar no solo conceptos técnicos. Por ejemplo, el problema de trazar las fronteras hidrológicas superficiales es relativamente sencillo, pero se dificulta cuando se pretende trazar las fronteras de un acuífero, situación producida por la carencia de información adecuada y precisa.

A partir del concepto de cuenca hidrológica diferentes organismos federales, encargados de la gestión de recurso agua en nuestro país, han regionalizado el territorio nacional con diferentes esquemas y criterios.

La primera regionalización nacional, que considero como criterios básicos la orografía e hidrografía, fue elaborada en los años 60 por la entonces Dirección de Hidrología de la Secretaría de Recursos Hidráulicos, agrupando para ello las cuencas del país en 37 regiones hidrológicas y que hoy día prevalecen como base de los estudios técnicos en materia de agua y de las diferentes regionalizaciones realizadas a lo largo del tiempo.

La tabla 2.1 señala las características de mayor importancia de las 37 regiones hidrológicas del país, mientras que en la figura 2.2 se indican sus límites geográficos (CNA, 2004).

Posteriormente y con el propósito de formular el Plan Nacional Hidráulico 1975 (SRH, 1975), se definieron trece regiones administrativas y 102 subregiones hidrológicas conforme a criterios que incorporan además de los aspectos hidrológicos, la dimensión geopolítica y semejanzas económicas y sociales.

En una fase posterior se estructura el Plan Nacional Hidráulico 1981 (SARH, 1981) considerando catorce regiones administrativas y 104 subregiones hidrológicas. Asimismo, se adopta un criterio más apegado a las realidades hidrológicas, el cual ha prevalecido hasta la fecha.

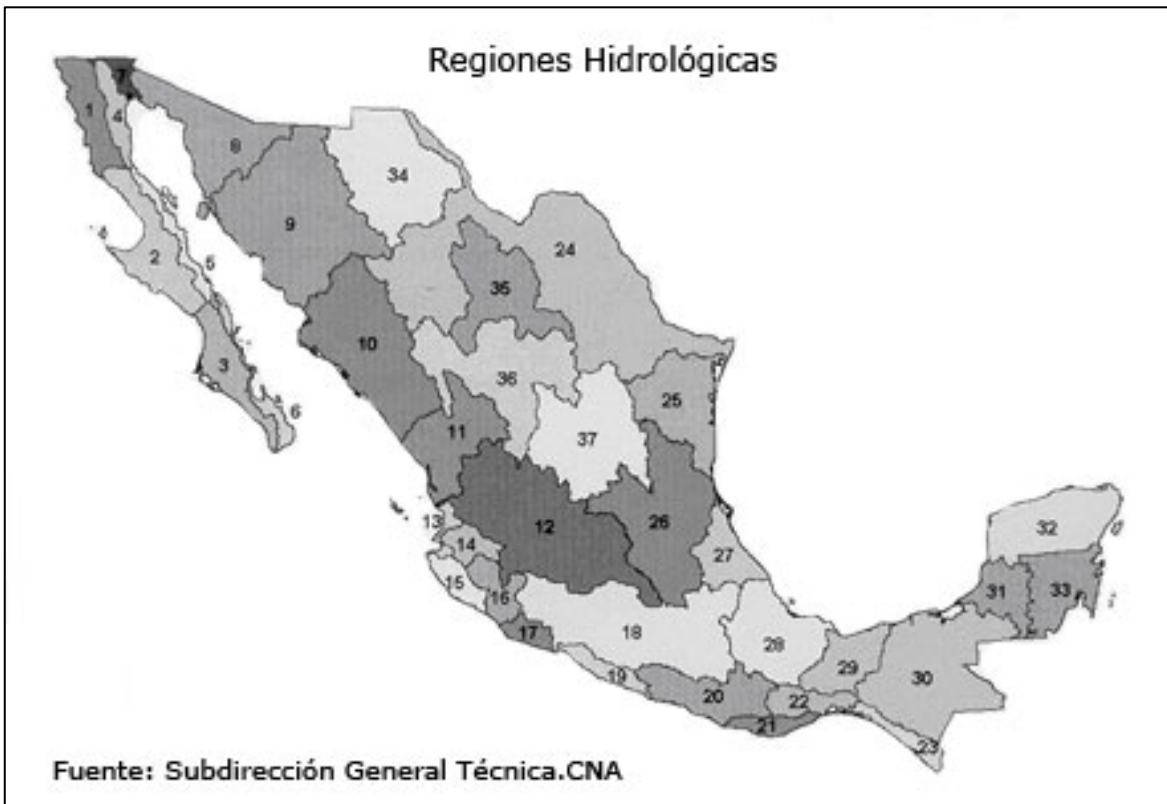
Para obtener un conocimiento más detallado de los recursos hidráulicos y hacer más eficaz la administración y la planeación del agua, en el programa sectorial de mediano plazo denominado Plan Nacional Hidráulico 1995-2000 (CNA, 1996), las 314 regiones hidrológicas con que cuenta el país se agruparon en 72 subregiones hidrológicas y seis regiones administrativas.

Finalmente, la CNA propone con bases hidrológicas, en 1996 una nueva regionalización administrativa, integrada por 13 regiones cuyo objetivo principal es facilitar el manejo de los recursos hidráulicos, propiciar el flujo oportuno de información y favorecer la integración de los Consejos de Cuenca y la participación de los usuarios.

Cabe mencionar que las 13 regiones hidrológico-administrativas aglutinan las 37 regiones hidrológicas originales establecidas, desde el punto de vista orográfico e hidrográfico, por la Dirección de Hidrología de la Secretaría de Recursos Hidráulicos, para regionalizar la República Mexicana.

Tabla 2.1. Características de las regiones hidrológicas

Región Hidrológica	Extensión territorial continental, en km <sup>2</sup>	Precipitación media anual 1941-2002, en mm	Escurrimiento natural medio superficial, en hm <sup>3</sup>
1. Baja California Noroeste	28 492	196	342
2. Baja California Centro-Oeste	44 314	101	246
3. Baja California Suroeste	29 722	165	223
4. Baja California Noreste	14 418	133	112
5. Baja California Centro-Este	13 626	100	81
6. Baja California Sureste	11 558	225	143
7. Río Colorado	6 911	130	17
8. Sonora Norte	61 429	226	200
9. Sonora Sur	139 370	478	5 259
10. Sinaloa	103 483	729	13 915
11. Presidio-San Pedro	51 717	781	8 244
12. Lerma-Santiago	132 916	721	16 519
13. Río Huicicila	5 225	1 214	1 676
14. Río Ameca	12 255	939	2 579
15. Costa de Jalisco	12 967	1 166	6 079
16. Armería-Coahuayana	17 628	828	3 882
17. Costa de Michoacán	9 205	1 002	1 635
18. Balsas	118 268	949	24 944
19. Costa Grande de Guerrero	12 132	1 243	6 051
20. Costa Chica de Guerrero	39 936	1 403	18 933
21. Costa de Oaxaca	10 514	1 301	3 878
22. Tehuantepec	16 363	1 014	2 606
23. Costa de Chiapas	12 293	2 368	9 703
24. Bravo-Conchos	229 740	422	7 366
25. San Fernando-Soto La Marina	54 961	664	4 236
26. Pánuco	96 989	900	19 087
27. Norte de Veracruz (Tuxpan-Nautla)	26 592	1 568	16 034
28. Papaloapan	57 355	1 808	50 887
29. Coatzacoalcos	30 217	2 279	44 141
30. Grijalva-Usumacinta	102 465	1 892	73 487
31. Yucatán Oeste	25 443	1 192	591
32. Yucatán Norte	58 135	1 067	0
33. Yucatán Este	38 308	1 238	1 125
34. Cuencas Cerradas del Norte	90 829	346	1 564
35. Mapimí	62 639	302	580
36. Nazas-Aguanaval	93 032	385	2 508
37. El Salado	87 801	431	1 641
Total Nacional	1 959 248	771	350 514



*Figura 2.2. Límites geográficos de las regiones hidrológicas*

### **2.3. Características fisiográficas**

En general, para estudiar una cuenca hidrológica se requieren métodos cuantitativos y cualitativos. En el primer caso, es fundamental definir parámetros que representen algunas características particulares importantes, que pueden ofrecer una información relevante acerca de las variables y los procesos hidrológicos.

Algunos de los parámetros característicos de mayor interés se presentan a continuación:

**Parteaguas.** Línea imaginaria formada por los puntos de mayor nivel topográfico y que separa dos cuencas adyacentes.

**Área de la cuenca.** Es la proyección del parteaguas a un plano horizontal, caracterizándose así el tamaño de la cuenca. El valor del área se obtiene de los mapas topográficos a través del uso del planímetro o de otros métodos.

**Corriente principal.** Es la corriente de mayor longitud que pasa por la salida de la cuenca hidrológica.

**Corrientes tributarias.** Serie de corrientes tributarias con un diferente grado de bifurcación.

**Orden de corrientes.** Se determina a partir del grado de bifurcación de las corrientes tributarias.

- a) Corriente de orden 1 es un tributario sin ramificaciones;
- b) Corriente de orden 2 solo tiene corrientes de orden uno;
- c) Y así sucesivamente dos corrientes de orden 1 forman una de orden 2, dos corrientes de orden 2 forman una de orden 3, dos corrientes de orden 3 forman una de orden 4, etc.

**Longitud del eje mayor de la cuenca.** Es la máxima longitud que va desde el punto de la descarga o salida de la cuenca al punto más lejano de la cuenca. Este parámetro es importante, ya que da una idea de la forma de la cuenca. Los procesos hidrológicos, por ejemplo el escurrimiento superficial, responden de manera diferente en una cuenca alargada que a la que se aproxima a una forma circular.

**Ancho de la cuenca.** Es la longitud perpendicular a la longitud del eje mayor de la cuenca y para su estimación se miden las longitudes perpendiculares representativas de cada parte de la cuenca, tomando como referencia la recta que se ha trazado para la longitud del eje mayor.

**Orientación de la cuenca.** Es el ángulo de orientación a partir del norte geográfico y para su determinación se toma como punto de referencia la descarga o salida de la cuenca y utilizando la recta que representa a la longitud del eje mayor, se determina el ángulo de la orientación a partir del norte geográfico. Este parámetro es importante, ya que los sistemas de circulación atmosférica son fundamentales en lo que respecta al régimen pluviométrico de una cuenca.

**Índice de forma.** Es la relación del perímetro de la cuenca entre el perímetro que tendría un círculo con el mismo valor de área. Con este parámetro se determina cuanto se aleja la forma de la cuenca de un círculo.

**Relación de alargamiento.** Es la relación del diámetro de un círculo que tiene el mismo valor de área de la cuenca entre la longitud del eje mayor.

## **2.4. Curva hipsométrica**

Es una curva que representa en ordenadas, las elevaciones o altitudes de la cuenca que se ubica a partir de las superficies de la descarga o salida en abscisa. Se puede considerar a esta curva como una especie del perfil de cuenca de análisis.

La distribución espacial de la altitud en la cuenca es fundamental para caracterizar su condición morfológica, es decir, saber que porcentaje de la cuenca corresponde a zonas de montaña, lomeríos, planicies, etc. Primero se requiere obtener un diagrama de frecuencias que asocie área-altitud; es decir, determinar el valor de área correspondiente a un intervalo de altitud, abarcando el rango comprendido entre las elevaciones del terreno mínima y máxima. La marca de clase, o intervalo de la altitud, se define a partir de las condiciones topográficas de cada cuenca.

Una vez obtenida la relación área-altitud se puede obtener la curva hipsométrica de la cuenca, que no es otra cosa que una curva acumulada que parte de la elevación mínima del terreno localizada en la descarga o salida de la cuenca hidrológica de análisis (Remenieras, 1974).

## **2.5. Red de drenaje y aspectos geomorfológicos**

### **a) Aspectos generales**

La red de drenaje de una cuenca es el sistema interconectado de cauces, a través del cual, el agua captada en las partes altas se recolecta y es conducida a las partes bajas.

En algunos tramos de los cauces, los bordos o riberas estarán asociados a grandes extensiones planas adyacentes que serán inundadas en la época de avenidas que se le conoce con el nombre de planicies de inundación.

Si la planicie de inundación se ha creado a través de la erosión lateral y retroceso gradual de las paredes del valle, formando una delgada capa de sedimentos, entonces recibe el nombre de erosional.

Si el espesor de la capa de sedimentos ha alcanzado valores de una centena de metros (o más) en el transcurso del tiempo, entonces se dice que la planicie es de agradación.

Es conveniente indicar que el sistema o red de cauces que drena una cuenca se clasifican en: dendrítico, rectangular, radial, enrejado y multicuenca. La figura 2.3 indica la pauta de los diferentes sistemas de cauces.

## **b) Clasificación de los ríos**

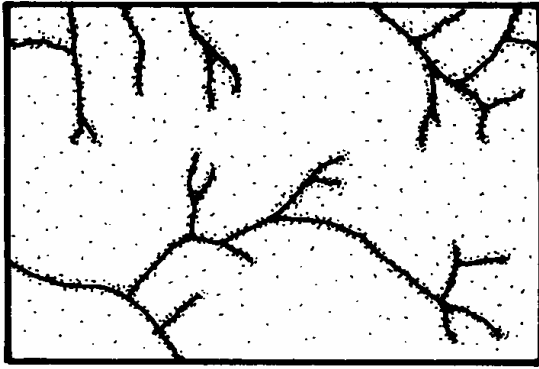
### **b.1) A partir de su posición topográfica o edad geológica los ríos pueden clasificarse en:**

**Corriente joven.** Son aquellas corrientes que erosionan rápidamente las riberas, creando secciones en forma de "v"; no cuentan con planicie de inundación, o ésta es muy poco extensa. Las pendientes del cauce son pronunciadas y es común encontrar en su desarrollo cascadas, rápidos y pocos tributarios de longitudes pequeñas.

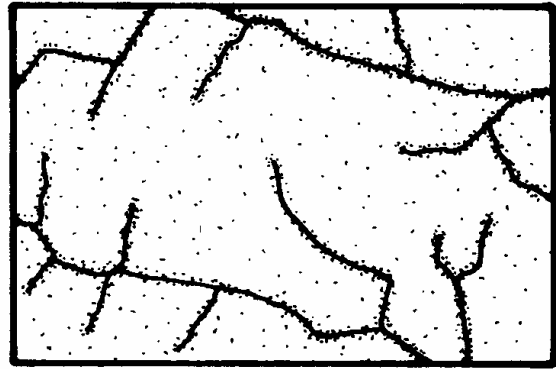
**Corriente madura.** El potencial erosivo disminuye, suavizando la pendiente del cauce y eliminando las cascadas y rápidos; las extensiones de las planicies de inundación son mucho mayores y se inicia la formación de meandros, alcanzando así sus profundidades máximas.

**Corriente senil.** El proceso de ensanchamiento de la planicie de inundación es más importante que el de la profundización.

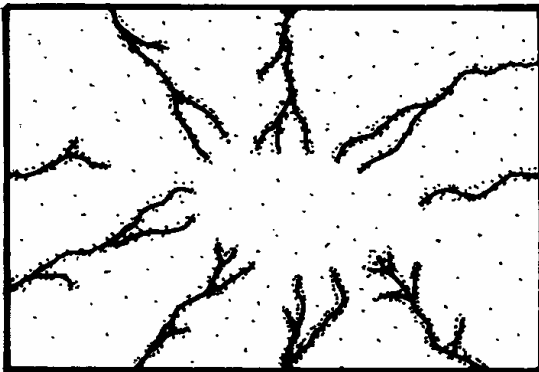
La figura 2.4 señala las características predominantes de las corrientes de acuerdo con su ubicación topográfica o bien según su edad geológica.



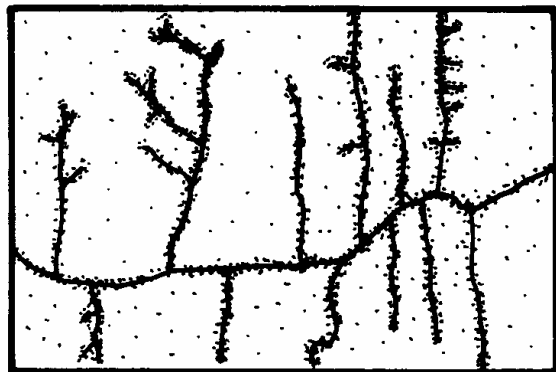
Dendrítico



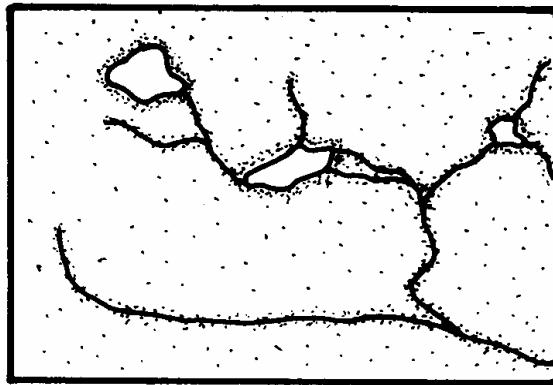
Rectangular



Radial



Enrejado



Multicuenca

*Figura 2.3. Patrones de drenaje en una cuenca*

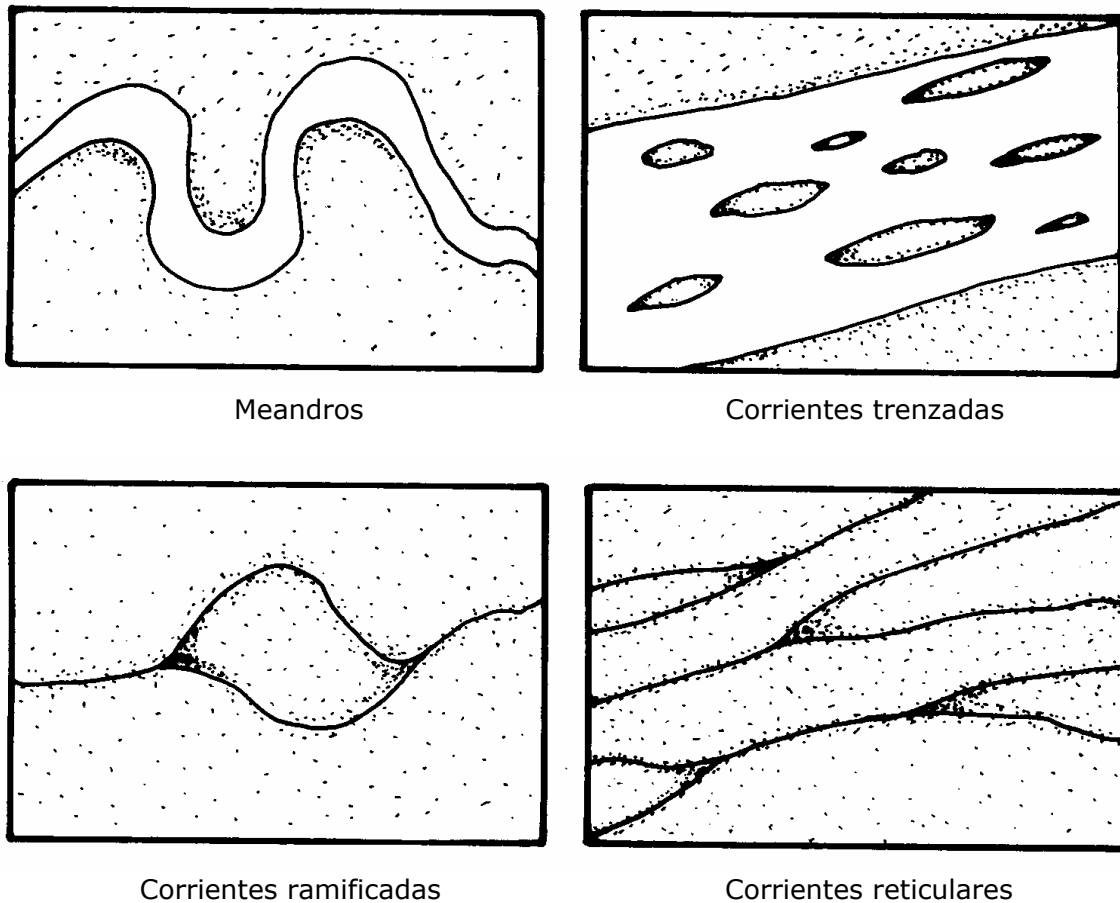


**b.2) A partir de la duración de su descarga, los ríos se pueden clasificar en:**

**Corriente perenne.** Son las que conducen agua durante todo el año.

**Corrientes intermitentes.** Conducen agua durante algunas semanas o meses.

**Corrientes efímeras.** Conducen agua después de algún evento hidrológico, es decir por un intervalo de horas o días.



*Figura 2.4. Características de las corrientes*

**c) Parámetros para caracterizar el sistema de drenaje de una cuenca**

**Orden de la corriente.** Expresa la relación de jerarquía entre los diferentes tramos de las corrientes (Summerfield, 1991). La figura 2.5 muestra un

ejemplo para definir el número de orden para cada tramo que conforma la red de drenaje de una cuenca hidrológica.

**Relación de bifurcación.** Es la relación entre el número de segmentos de corriente de un orden dado, entre el número de tramos del orden mayor siguiente.

De acuerdo con Summerfield (1991), si la litología en una cuenca es homogénea, entonces la relación de bifurcación rara vez es mayor de 5 o menor de 3; si la cuenca es muy elongada, con una alternancia de afloramientos contrastantes en sus características litológicas, pueden obtenerse valores mayores a 10.

Cuenca homogénea;  $3 \leq R_b \leq 5$

Cuenca muy elongada;  $R_b > 10$

donde  $R_b$  es la relación de bifurcación.

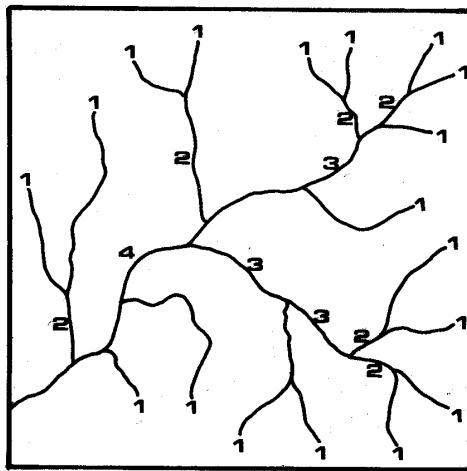


Figura 2.5. Orden de la corriente

**Magnitud de la corriente.** Este parámetro se relaciona estrechamente con las proporciones del área total de la cuenca que contribuyen al escurrimiento superficial (Summerfield, 1991). En la figura 2.6 se muestra un ejemplo para definir los valores de magnitud de la corriente.

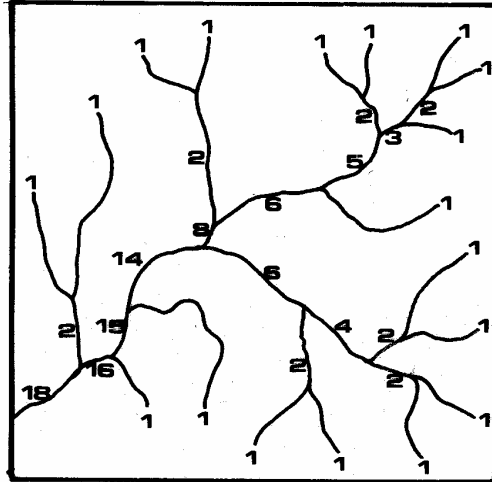


Figura 2.6. Magnitud de la corriente

**Densidad de corriente.** Es la suma de las longitudes de los tributarios ( $N_s$ ) dividida por el valor de área ( $A$ ) de la cuenca y se define a través de la expresión:

$$D_s = \frac{N_s}{A} \quad (2.1)$$

donde  $D_s$  es la densidad de corriente, en  $\text{km}/\text{km}^2$ ;  $N_s$  es la suma de las longitudes de los tributarios, en  $\text{km}$ ; y  $A$  es el área de la cuenca, en  $\text{km}^2$ .

Este parámetro da información valiosa sobre las condiciones climáticas y litológicas de la región: valores altos, mayores a  $500 \text{ km}/\text{km}^2$ , se pueden deber a la combinación de un régimen pluvial elevado con una litología fácilmente erosionable; valores menores a los  $5 \text{ km}/\text{km}^2$  pueden ser indicativos de un régimen pluvial de poca cuantía, o que la resistencia del material litológico sea mucho mayor, es decir no se producen erosiones relevantes.

$D_s > 500 \text{ km}/\text{km}^2$ , combinación de un régimen pluvial alto con una litología fácilmente erosionable.

$D_s < 5 \text{ km}/\text{km}^2$ , régimen pluvial de poco valor o resistencia del material litológico de gran magnitud.

**Densidad de drenaje.** Es la relación de la suma de las longitudes de las corrientes (L) entre el valor del área (A) de la cuenca y se calcula con la expresión:

$$D_d = \frac{L}{A}$$

(2.2)

donde  $D_d$  es la densidad de drenaje, en 1/km; L es la suma de las longitudes de las corrientes, en km; y A es el área de la cuenca, en  $\text{km}^2$ .

## **2.6. Área, pendiente y elevación de una cuenca**

### **a) Área y perímetro del parteaguas de la cuenca**

El área drenada de una cuenca hidrológica es el área en proyección horizontal encerrada por el parteaguas y se determina con el planímetro o bien con otro método que definen superficies de zonas irregulares.

El perímetro es la longitud total del parteaguas y por lo regular se utiliza el curvímetro para medirlo.

### **b) Pendiente media de la cuenca**

Este parámetro mide la pendiente media en dos ejes principales (x, y) y a partir de estos valores se determina la pendiente media de la cuenca, definida como la inclinación o declive promedio de su topografía.

El método de mayor aplicación es el Horton y para estimar la pendiente media en la cuenca de análisis se traza una malla cuyo eje principal (x) siga aproximadamente el sentido del cauce principal.

A partir de la malla, se mide la longitud de cada línea de la malla comprendida dentro de la cuenca y se cuentan las intersecciones y tangencias de cada línea con las curvas de nivel.

La pendiente de la cuenca en cada dirección de la malla se calcula con el apoyo de las expresiones siguientes:

$$S_x = \frac{N_x D}{L_x}$$

(2.3)

$$S_y = \frac{N_y D}{L_y}$$

(2.4)

donde D es el desnivel constante entre curvas de nivel, en m;  $L_x$  es la longitud total de líneas de malla comprendidas dentro de la cuenca en la dirección x, en m;  $L_y$  es la longitud total de líneas de malla comprendidas dentro de la cuenca en la dirección y, en m;  $N_x$  es el número total intersecciones y tangencias de las líneas de la malla con las curvas de nivel en la dirección x;  $N_y$  es el número total intersecciones y tangencias de las líneas de la malla con las curvas de nivel en la dirección y;  $S_x$  es la pendiente de la cuenca en la dirección x, adimensional; por último  $S_y$  es la pendiente de la cuenca en la dirección y, adimensional.

La pendiente media de la cuenca se determina con la expresión:

$$S_c = \frac{N D \sec \theta}{L}$$

(2.5)

donde:  $L = L_x + L_y$ , en m;  $N = N_x + N_y$ ;  $\theta$  es el ángulo entre las líneas de la malla y las curvas de nivel; en tanto que D es el desnivel constante entre curvas de nivel, en m.

En aplicaciones prácticas se recomienda que  $\theta = 1.57$  (valor promedio sugerido por Horton).

### c) Elevación media de la cuenca

Este parámetro fisiográfico mide la variación en elevación de una cuenca. Aplicando el método de las intersecciones se obtiene la elevación media de una cuenca con el apoyo de la expresión:

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i)}{N}$$

(2.6)

donde  $E_m$  es la elevación media de la cuenca, en msnm;  $E_i$  es la elevación  $i$  asociada a la intersección  $i$ , en msnm; y  $N$  es el número total de intersecciones.

## 2.7. Forma de la cuenca

La forma de la cuenca interviene de manera importante en las características de descarga de un río, en especial en los eventos de avenidas máximas.

Para caracterizar este parámetro se utilizan el coeficiente de compacidad ( $K_c$ ), la relación de circularidad ( $R_{ci}$ ) y la relación de elongación ( $R_e$ ) que son definidos a continuación.

**Coefficiente de compacidad ( $K_c$ ).** Es la relación entre el perímetro de la cuenca y la circunferencia del círculo que tenga la misma superficie de la cuenca. Su magnitud se obtiene con la expresión:

$$K_c = 0.282 \frac{P}{\sqrt{A}}$$

(2.7)

donde  $K_c$  es el coeficiente de compacidad, adimensional;  $P$  es el perímetro de la cuenca, en m; y  $A$  es la superficie de la cuenca, en  $m^2$ .

De acuerdo con aplicaciones realizadas en un gran número de cuencas, si:

$K_c = 1.128$ , se trata de una cuenca cuadrada,

$K_c = 3.0$ , las cuencas son muy alargadas,

$K_c = 1.481$ , la cuenca tiende a un cuadrado (largo y ancho son valores cercanos)

**Relación de circularidad ( $R_{ci}$ ).** Es el cociente entre el área de la cuenca y la del círculo cuya circunferencia es equivalente al perímetro de la cuenca y la expresión mediante la cual se calcula es:

$$R_{ci} = \frac{4 \pi A}{P^2}$$

(2.8)

donde  $R_{ci}$  es la relación de circularidad, adimensional;  $P$  es el perímetro de la cuenca, en m; y  $A$  es la superficie de la cuenca, en  $m^2$ .

De acuerdo con análisis realizados (Summerfield, 1991) en diversas cuencas han determinado que si:

$R_{ci} = 1.0$ , la cuenca es circular

$R_{ci} = 0.785$ , la cuenca es cuadrada

**Relación de elongación ( $R_e$ ).** Es la relación entre el diámetro ( $D$ ) de un círculo que tenga la misma superficie de la cuenca y la longitud máxima ( $L_m$ ) de la cuenca. La variable  $L_m$  se define como la más grande dimensión de la cuenca a lo largo de una línea recta trazada desde la desembocadura del cauce principal, hasta el límite extremo del parteaguas y de manera paralela al río principal.

Para estimar su magnitud se aplica la expresión:

$$R_e = \frac{D}{L_m} = 1.128 \frac{\sqrt{A}}{L_m} \quad (2.9)$$

donde  $R_e$  es la relación de elongación, adimensional;  $D$  es el diámetro de un círculo que tenga la misma superficie de la cuenca, en m; y  $L_m$  es la longitud máxima de la cuenca, en m.

A partir de estudios realizados (Summerfield, 1991) en un gran número de cuencas si:

$R_e \approx 1.0$ , la cuenca es plana

$0.6 \leq R_e \leq 0.8$ , la cuenca es de relieve pronunciado

## 2.8. Perfil y pendiente del cauce

### a) Perfil del cauce

Es la representación gráfica en un plano vertical de la curva de elevaciones a lo largo del desarrollo del cauce principal de una cuenca hidrológica, tal como se puede observar en la figura 2.7.

### b) Pendiente media del cauce

La pendiente de un tramo de río es la relación que existe entre los extremos inicial y final y la distancia horizontal de dicho tramo.

Ahora bien, la pendiente de la corriente principal, representa un valor medio, ya que cada tramo de río tiene una pendiente propia.

En consecuencia, la pendiente media del cauce principal se aproximará más al real, mientras mayor sea el número de tramos seleccionados a lo largo del cauce.

De acuerdo con el criterio de Taylor y Schwarz, se considera que el río puede estar formado por una serie de tramos de igual longitud o bien por tramos de longitud variable.

La pendiente media para tramos de igual longitud se determina con la expresión:

$$S = \left[ \frac{n}{\frac{1}{\sqrt{S_1}} + \frac{1}{\sqrt{S_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{S_n}}} \right]^2$$

(2.10)

donde S es la pendiente media del cauce; n es el número de tramos de igual longitud; y  $S_n$  es la pendiente del tramo n.

La pendiente media para tramos de longitud variable se calcula con la ecuación:

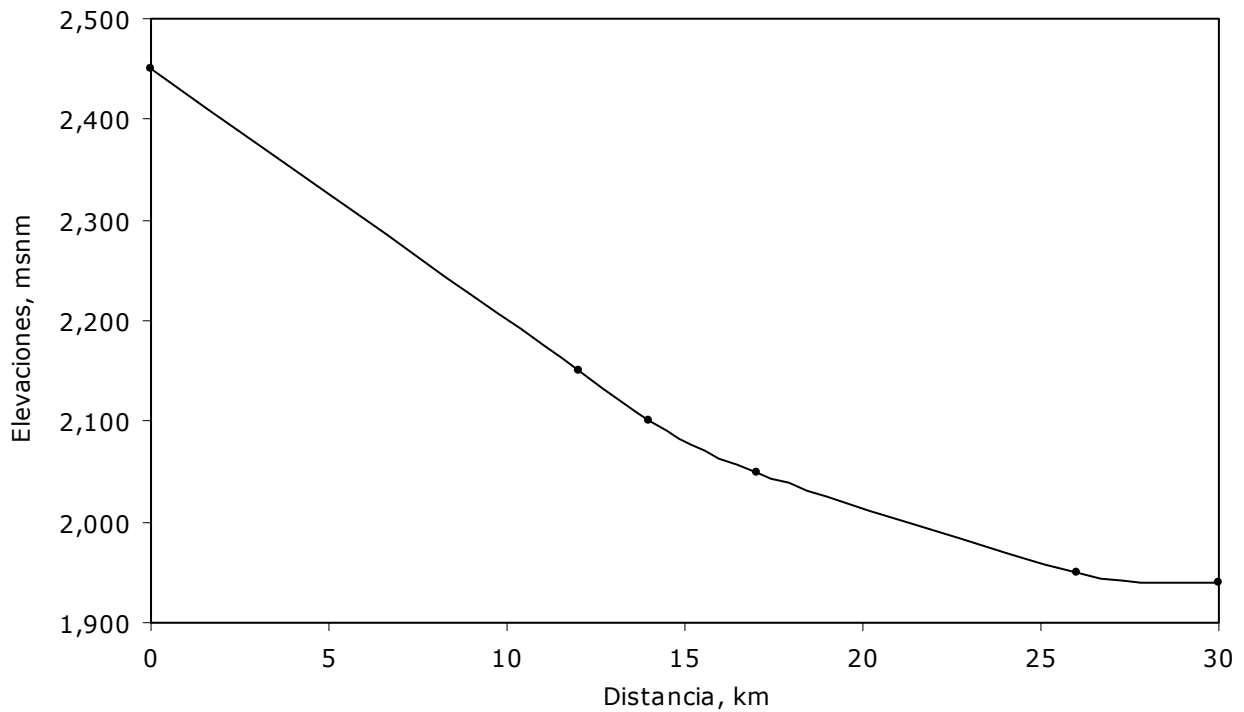


$$S = \left[ \frac{L}{\frac{l_1}{\sqrt{S_1}} + \frac{l_2}{\sqrt{S_2}} + \dots + \frac{l_n}{\sqrt{S_n}}} \right]^2 \quad (2.11)$$

donde S es la pendiente media del cauce; L es la longitud total del río;  $l_n$  es la longitud del tramo n; y  $S_n$  es la pendiente del tramo n.

**Ejemplo 2.1.** Calcular la pendiente del río La H, Querétaro.

En la figura 2.7 se observa que el desnivel desde el inicio (2450 m) de la corriente hasta la estación de aforo (1940 m) del río la H, y su longitud es de 30 km.



*Figura 2.7. Perfil del cauce del río la H, Querétaro.*

**Solución:**

- a) Para un solo tramo, la pendiente se define como el desnivel, en metros, entre los extremos inicial y final dividida por la longitud horizontal, en metros, de dicho tramo, es decir:

$$S = \frac{H}{L}$$

donde H es el desnivel entre los extremos del tramo de cauce, en m; L es la longitud horizontal del tramo del cauce, en m; y S es la pendiente del tramo del cauce.

$$S = \frac{510}{30000} = 0.0170; \text{ esto es}$$

$$S = 1.7\%$$

- b) Aplicando el método de Taylor y Schwarz para el caso de tramos de longitud variable. La tabla 2.2 indica el proceso de cálculo para cinco tramos.

*Tabla 2.2. Pendiente de los tramos de longitud variable*

Tramo	Desnivel, en m	Longitud, en m	Pendiente, S <sub>i</sub>	$\sqrt{S_i}$	$\frac{l_i}{\sqrt{S_i}}$
1	300	12,000	0.025	0.1581	75,894.6638
2	50	2,000	0.025	0.1581	12,649.1106
3	50	3,000	0.017	0.1291	23,237.9001
4	100	9,000	0.011	0.1054	85,381.4968
5	10	4,000	0.003	0.0500	80,000.0000
Total	510	30,000			277,163.1714

Utilizando la ecuación desarrollada por Taylor y Schwarz para determinar la pendiente del cauce de un río, cuando está integrado por varios tramos, se obtiene el resultado siguiente:

$$S = \left[ \frac{L}{\frac{l_1}{\sqrt{S_1}} + \frac{l_2}{\sqrt{S_2}} + \dots + \frac{l_n}{\sqrt{S_n}}} \right]^2 = \left[ \frac{30,000}{277,163.1714} \right]^2 = 0.0117$$

$$S = 0.0117$$

$$S = 1.17\%$$

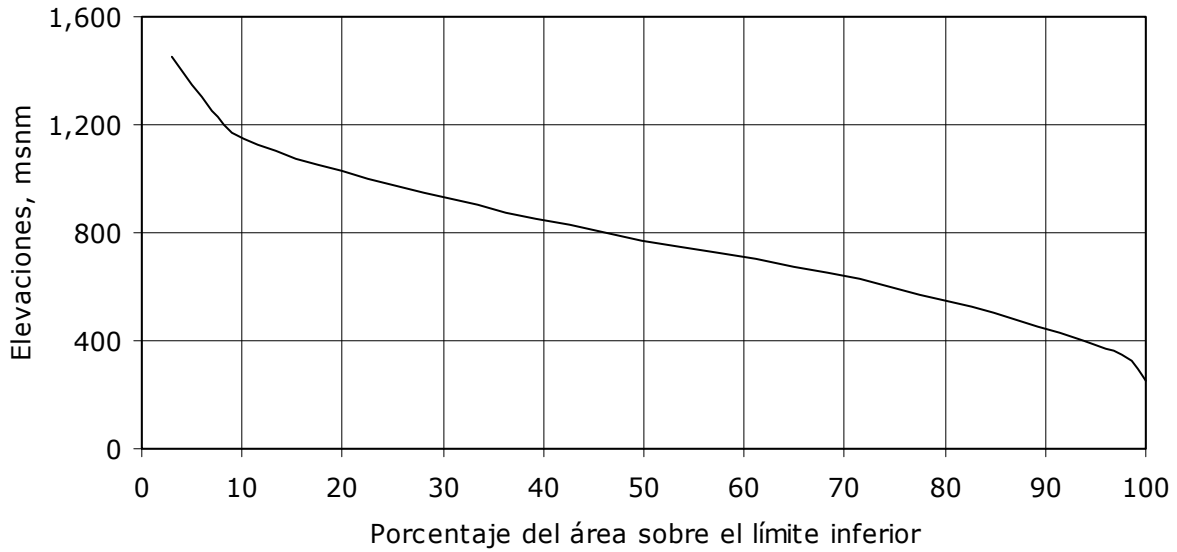
**Ejemplo 2.2.** Calcular la curva hipsométrica y la curva de frecuencias altimétricas de la cuenca hidrológica del río Cihuatlán, Colima La tabla 2.3 muestra los datos y cálculos realizados para la cuenca del río Cihuatlán para determinar los dos tipos de curvas.

*Tabla 2.3. Estimación de las curvas hipsométrica y de frecuencias altimétricas*

(1) Elevación curvas de nivel, en m	(2) Área entre las curvas, en m <sup>2</sup>	(3) Porcentaje del área total, (%)	(4) Porcentaje del área sobre límite inferior, (%)
200-300	500	2.4	100.0
300-400	1,700	8.3	97.6
400-500	1,900	9.3	89.3
500-600	2,400	11.7	80.0
600-700	3,000	14.6	68.3
700-800	2,970	14.5	53.7
800-900	2,270	11.1	39.2
900-1,000	2,180	10.6	28.1
1,000-1,100	1,500	7.3	17.5
1,100-1,200	640	3.1	10.1
1,200-1,300	410	2.0	7.0
1,300-1,400	410	2.0	5.0
1,400-1,500	620	3.0	3.0
Total	20,500	100.0	

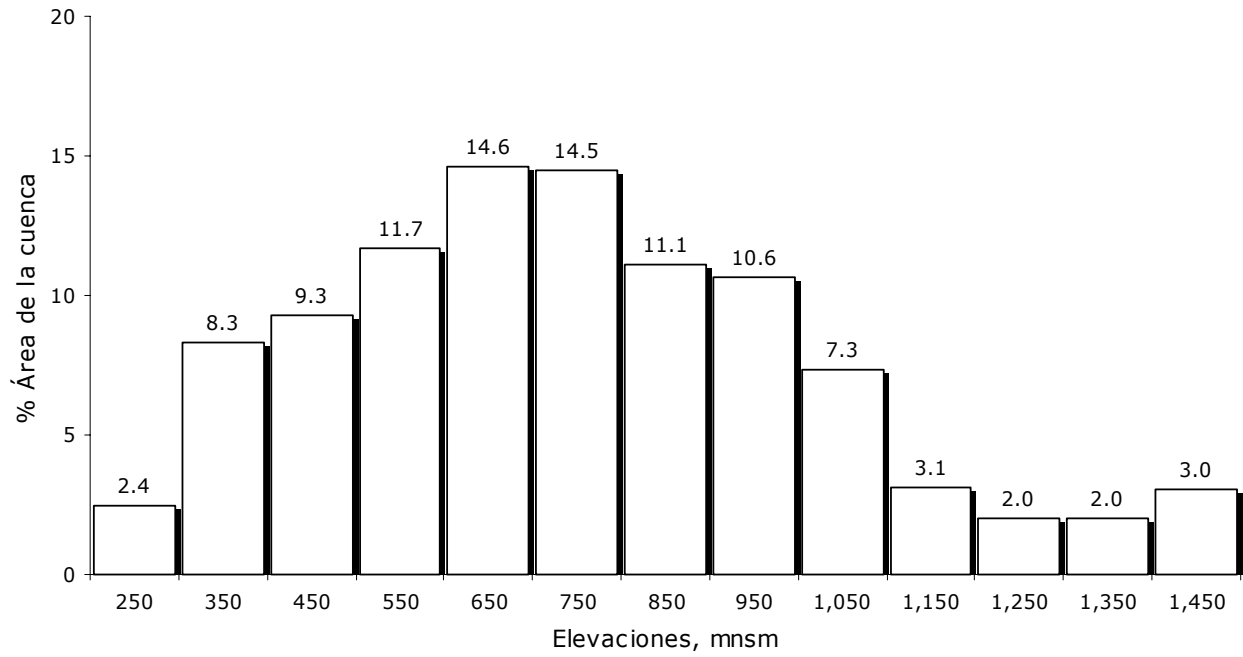
**Solución:**

a) Con el apoyo de los datos de las columnas (1) y (4) de la tabla 2.3, se elabora la figura 2.8 la cual indica la curva hipsométrica.



*Figura 2.8. Curva hipsométrica del río Cihuatlán, Colima*

b) Asimismo, con el auxilio de las columnas (1) y (3) de la tabla 2.3, se determina la figura 2.9 indicando el comportamiento de la curva de frecuencias altimétricas.



*Figura 2.9. Curva de frecuencias altimétricas del río Cihuatlán, Colima*

## Referencias

- CNA, Comisión Nacional del Agua (1992). *Ley de Aguas Nacionales*. Diario Oficial de la Federación, Comisión Nacional del Agua; México.
- CNA, Comisión Nacional del Agua (1996). *Programa Nacional Hidráulico 1995-2000*. Comisión Nacional del Agua; México.
- CNA, Comisión Nacional del Agua (2004). *Estadísticas del Agua en México 2004*. Un producto del Sistema Unificado de Información Básica del Agua, Comisión Nacional del Agua; México.
- Remenieras, G. (1974). *Tratado de hidrología aplicada*. Editores Técnicos Asociados, S.A.; España.
- SARH, Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (1981). *Plan Nacional Hidráulico 1981*. Comisión del Plan Nacional Hidráulico; México.
- SRH, Secretaría de Recursos Hidráulicos (1975). *Plan Nacional Hidráulico 1975*. Comisión del Plan Nacional Hidráulico; México.
- Summerfield, M. A. (1991). *Global Geomorphology*. Editorial Longman Scientific and Technical; Inglaterra.

## **3. Precipitación**

### **3.1. Fenómenos meteorológicos**

La atmósfera, según la definición que brinda la Enciclopedia Britannica (1992), es la cubierta gaseosa que rodea a la superficie de la Tierra y la de otros planetas del sistema solar.

La composición química de la atmósfera terrestre cerca de la superficie, consiste de los gases siguientes: nitrógeno, en un 78% en medida volumétrica; oxígeno molecular en un 21%; argón en un 0.9%; pequeñas cantidades de dióxido de carbono, vapor de agua, metano, óxido nítrico, helio, neón, criptón, xenón, entre otros. También se encuentran en suspensión pequeñas partículas sólidas y líquidas.

Por su parte, la atmósfera o atmósfera (según el Diccionario de la Real Academia Española) terrestre se ha dividido en 5 regiones principales considerando la variación de la temperatura con la altitud.

La región que va de la superficie hasta una altitud que oscila de 6 a 11 km se le denomina troposfera y su característica principal es la disminución de la temperatura con la altura. En la parte superior de esta región la temperatura permanece constante hasta una altitud de 26 km. A esta zona se le designa con el nombre de tropopausa.

Por encima de la tropopausa, la temperatura aumenta hasta llegar a una altitud aproximada de 48 km; a esta región se le conoce como la estratosfera y al igual que la región anterior, en su porción superior, la temperatura se conserva constante. La región con esta característica se le denomina estratopausa.

Una diferencia importante entre la troposfera y la estratosfera, es el sentido del movimiento de las masas de aire: en la primera predominan los movimientos verticales y en la segunda los horizontales.

Continuando con el análisis del perfil de la atmósfera terrestre, se observa una abrupta disminución de la temperatura, conforme aumenta la altitud más allá de 50 km. A esta región se le denomina la mesosfera y a la porción superior donde la temperatura se mantiene constante se le designa con el nombre de mesopausa.

Posteriormente, al sobrepasar los 90 km, la temperatura aumenta nuevamente, preservando esta condición hasta los 500 km. A esta región se le denomina con el nombre de termosfera.

Finalmente, a la región exterior se le conoce como exosfera; en esta región la densidad de la atmósfera es muy baja, de modo que la colisión entre moléculas es un evento con una probabilidad muy baja, perdiendo así el sentido que comúnmente se le asigna a la temperatura (Britannica, 1992).

Por su parte, se sabe que el 90% del peso de la atmósfera se concentra en los primeros 16 km (McIlveen, 1992), y desde el punto de vista de la meteorología e hidrología, el interés se enfoca en la región cercana a la superficie, es decir, a la troposfera.

En la figura 3.1 se muestra el perfil de temperatura de una atmósfera representativa de la Tierra (Byers, 1974).

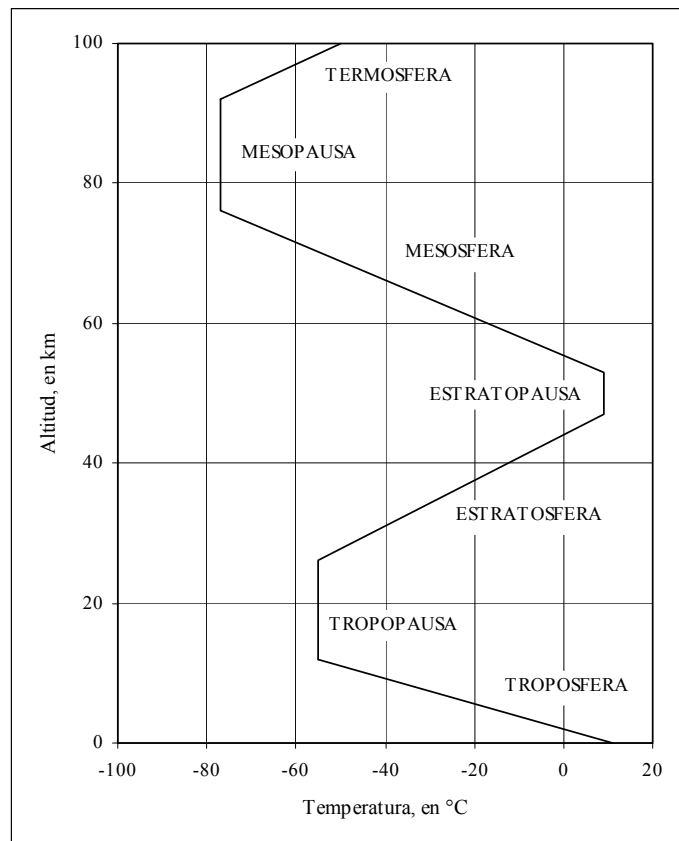


Figura 3.1. Perfil de la atmósfera terrestre



En la troposfera no sólo existen movimientos verticales o convectivos de las masas de aire; también los hay horizontales o de advección. El movimiento se puede deber a cambios espaciales y temporales de los elementos meteorológicos temperatura y presión atmosférica en las proximidades de la superficie terrestre. La extensión que abarcan estos cambios, así como su intensidad, da como resultado fenómenos con diferentes escalas, tal como a continuación se indica.

### **Sistemas meteorológicos de pequeña escala**

Si la extensión de los cambios está comprendida entre algunas decenas de metros hasta alrededor de 100 km, se dice que el sistema es de pequeña escala. Uno de los fenómenos principales en esta escala es el de la formación de nubes del tipo cúmulus; dentro de éstas, destaca la denominada cumulonimbus, que se asocia con las tormentas que ocurren comúnmente en casi todo el territorio nacional, y que dependiendo de las condiciones físicas en su formación, se pueden presentar diferentes fenómenos meteorológicos tales como la lluvia, el granizo, la nieve, las trombas, los tornados, los rayos y los truenos.

El esquema evolutivo de un cumulonimbo se puede dividir en tres etapas: cúmulo, madurez y disipación. En la etapa cúmulo, que es la primera, se desarrolla una celda donde el aire se desplaza en forma vertical, debido a un intenso calentamiento de la superficie o a la presencia de una barrera orográfica. La altura que puede alcanzar el aire desplazado es aproximadamente 7 500 m, a velocidades de hasta 6 km/h (Viessman et al, 1989). Al mismo tiempo se forman corrientes horizontales que son las que abastecen de aire húmedo el interior de la celda formada; asimismo, las temperaturas en el interior son mayores que las del aire circundante.

En un intervalo de entre 10 y 15 minutos, el número y tamaño de las gotas de agua aumenta, alcanzando una situación en la que es posible el inicio de la precipitación; ésta es la etapa madura de la tormenta, y es cuando se desarrollan fuertes corrientes verticales descendentes que favorecen el enfriamiento del aire, sobre todo en las partes bajas de la celda. Esta condición de dos corrientes verticales en contrasentido dentro de la celda dura entre 15 y 30 minutos.

La última etapa corresponde a la disipación y su característica principal es la predominancia de la corriente vertical descendente, sobre la ascendente, hasta que ambas cesan por el aumento de la temperatura, con el eventual término de la precipitación.

La lluvia, el granizo y la nieve se forman dentro de la misma tormenta. El que las gotas de lluvia se desplacen hacia la superficie, tiene que ver con el tamaño; en el caso del granizo, los cristales de hielo son arrastrados por las fuertes corrientes verticales ascendentes, provocando con ello, un aumento de tamaño por la colisión con otros núcleos, hasta que el peso es tal que la atracción gravitacional es mayor que el empuje por la influencia de la corriente ascendente. En el caso de la nieve, los copos nacen cuando las gotas de agua atraviesan una capa de aire frío que presenta una temperatura por debajo de los 0° C y se encuentra cercana a la superficie del terreno (Llauge, 1976).

Los tornados son torbellinos largos y esbeltos (diámetro inferior de 1.5 km con una duración de unos cuantos minutos y velocidades de vientos de entre 500 y 600 km/h) unidos a una nube; en la parte central del torbellino se presentan presiones bajas que hacen que el aire circule hacia adentro y en forma ascendente (Llauge, 1976).

Las trombas se forman de una manera similar a los tornados, pero con una intensidad menor; sin embargo, la gran cantidad de agua precipitada en una pequeña superficie es lo que hace tan temible a este fenómeno (Simons, 1996).

Los rayos también tienen lugar en el proceso evolutivo de una nube. Son impredecibles y con periodos de vida de unos cuantos segundos. La chispa eléctrica que llega a la tierra es quien recibe el nombre de rayo; mientras que cuando la descarga es entre nubes, se denomina relámpago. Al sonido que sigue después de la descarga eléctrica se le llama trueno (Llauge, 1976).

### **Sistemas meteorológicos de gran escala en latitudes medias**

Las latitudes medias son aquellas que se encuentran acotadas por los trópicos y los círculos polares ártico y antártico. En estas zonas, la interacción entre masas de aire de diferentes condiciones da lugar a fenómenos que abarcan extensas regiones de la superficie terrestre (de algunos cientos de miles de kilómetros), denominados frentes.

Uno de los efectos de los sistemas meteorológicos de gran escala es la creación de depresiones en áreas localizadas que reciben el nombre de ciclones extratropicales. Estos se deben básicamente a las condiciones contrastantes de las masas, las cuales adquieren sus propiedades de la

superficie sobre la cual se desplazan, siendo posible clasificarlas según Dingman (1994) tal como se muestra en la tabla 3.1.

*Tabla 3.1. Características generales de las masas de aire*

Masa de aire	Características	Regiones donde se originan	
		Invierno	Verano
Polar continental	Temperatura baja Humedad baja	Océano Ártico, Canadá, norte de E.U.A., Eurasia	Norte de Canadá, norte de Asia
Tropical continental	Temperatura alta Humedad baja	México, suroeste de E.U.A., norte de África, Arabia norte de la India	Norte de México, sur y suroeste de E.U.A., Mediterráneo, norte de África, Arabia, Asia Central
Polar marítima	Temperatura baja Humedad alta	Noroeste del Océano Atlántico, noroeste del Océano Pacífico	Norte del Océano Atlántico, Océano Ártico, norte del Océano Pacífico
Tropical marítima	Temperatura alta Humedad alta	Parte Central del Atlántico y Pacífico, Mar Árabe, Bahía de Bengala	Parte Central del Atlántico y Pacífico

La clasificación corresponde al hemisferio norte

Los centros de las masas de aire son áreas de alta presión o anticiclónicas, con una circulación en el sentido de las manecillas del reloj, en el hemisferio norte. En el hemisferio sur la circulación es opuesta a las manecillas del reloj. Por otro lado, los ciclones presentan una circulación en el sentido opuesto a las manecillas del reloj en el hemisferio norte y en sentido horario en el sur.

La formación de frentes lleva consigo la generación de nubosidad, la cual es responsable de la mayor parte de la precipitación que tiene lugar en las latitudes medias y altas. En la figura 3.2 se muestra un esquema de la evolución de un ciclón según Byers (1974).

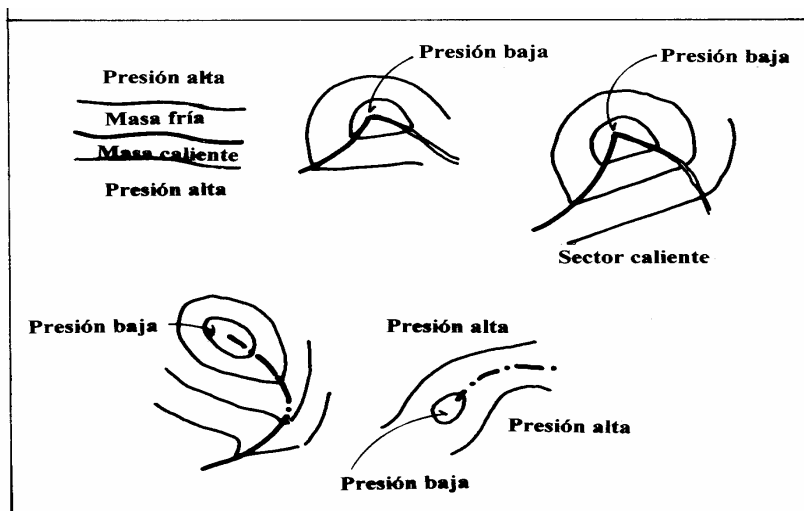


Figura 3.2. Esquema representativo de la formación de un ciclón extratropical

### Sistemas meteorológicos de gran escala en latitudes bajas

En las latitudes bajas se presenta una zona denominada de convergencia intertropical, que rodea a la Tierra, abarcando una franja que se mueve estacionalmente de un hemisferio al otro alrededor del Ecuador. La precipitación en esta zona es intensa en la mayor parte del año.

Además de esta zona de convergencia, existen otros puntos en los océanos Pacífico y Atlántico, entre los 5° y los 20° de latitud, menos extensos pero muy importantes, ya que es ahí donde se forman los ciclones, las tormentas y las depresiones tropicales. Este tipo de ciclones no se forma por la creación de frentes, sino por los movimientos horizontales y verticales que se generan en las zonas de convergencia.

Aunque los ciclones tropicales se forman en latitudes bajas, estos se desplazan en dirección de los polos, de modo que su influencia alcanza las latitudes medias. Otros fenómenos que tiene una estrecha relación con las latitudes bajas y que sus efectos abarcan prácticamente la totalidad de la Tierra son El Niño y la oscilación del sur, ENOS (ENSO por sus siglas en inglés). Se trata de una anomalía climática que es consecuencia de otra anomalía distante; a esta característica también se le conoce como teleconexión.

El Niño se refiere a la ocurrencia de temperaturas anormalmente altas en la superficie del océano, cerca de las costas peruanas. La oscilación del sur se refiere a la presencia de bajas presiones en el Pacífico oriental y las

simultáneas altas presiones en su parte occidental. Algunos investigadores asocian las sequías severas y los años extremadamente lluviosos con estos fenómenos.

### **3.2. Elementos climatológicos**

Para caracterizar a la atmósfera, sobre todo en la parte cercana a la superficie del terreno, se utilizan elementos tales como la temperatura del aire, el contenido de humedad, el viento, la presión, la precipitación, la nubosidad, la insolación, la radiación y la evaporación, por mencionar sólo algunos de los más utilizados por ingenieros y científicos. Los elementos atmosféricos pueden ser analizados en su variación diaria, que es la materia sobre la cual versa la meteorología, o como valores representativos de una región particular asociados a periodos de tiempo que abarquen de 20 años o más, que es la materia de la cual se encarga la climatología.

**Temperatura.** Como se sabe, la temperatura es una medida del movimiento de traslación medio de las moléculas de un sistema, que en nuestro caso se trata del aire. Para evitar perturbaciones por la incidencia directa de los rayos solares sobre los termómetros, se colocan dentro de un abrigo meteorológico, que permite el paso del aire a través de unas rendijas que forman parte de las paredes. Los valores máximos suelen ocurrir después del mediodía y los mínimos en la madrugada.

Para ilustrar la distribución espacial de la temperatura, la figura 3.3 muestra la distribución de la temperatura del aire en México (Tamayo, 1999), mientras que la figura 3.4 presenta las unidades orogénicas y geomórficas del país, las cuales tienen una influencia directa sobre la distribución de los elementos meteorológicos.

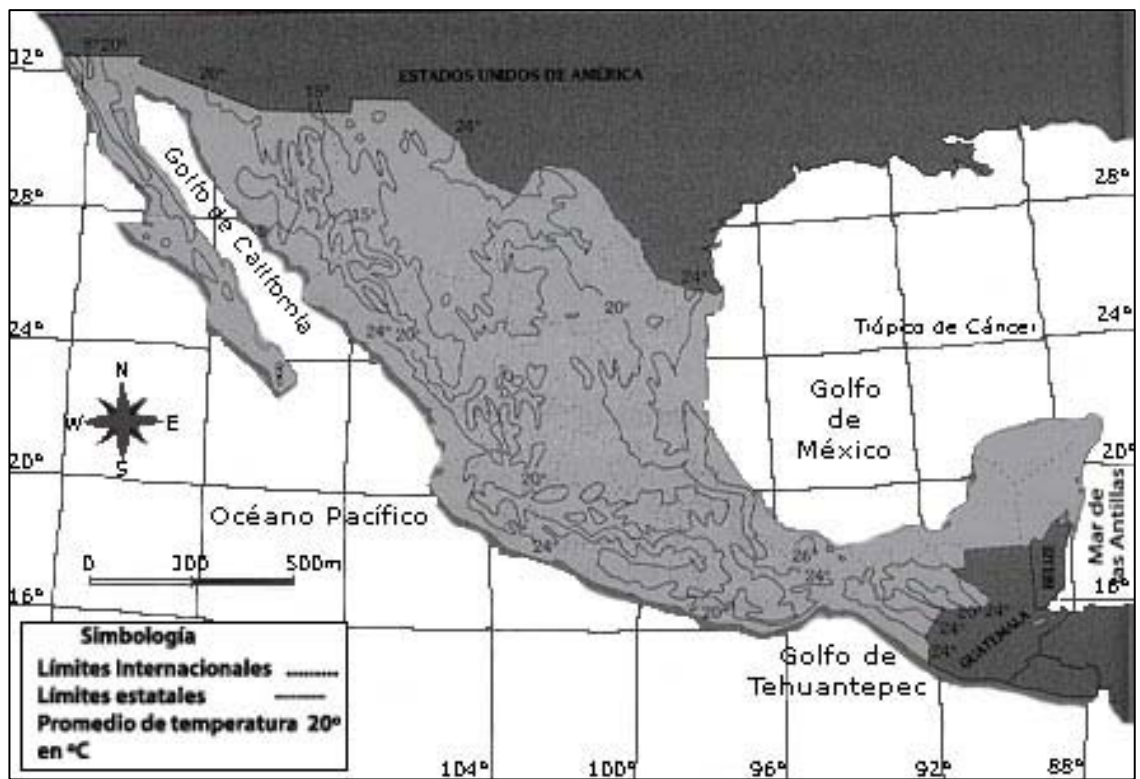
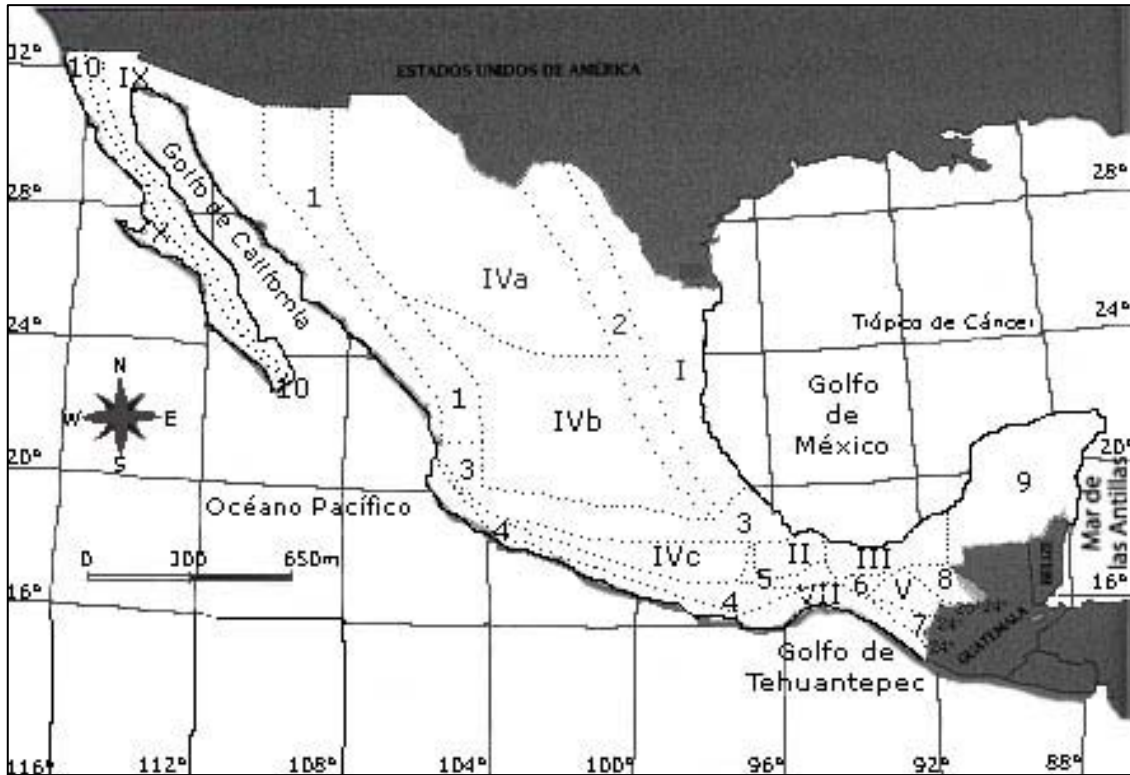


Figura 3.3. Isothermas medias anuales, en °C



Unidad orogénica		Región geomórfica	
1	Sierra Madre Occidental	I	Planicie Costera Nororiental
2	Sierra Madre Oriental	II	Planicie Costera de Sotavento
3	Cordillera Neovolcánica	III	Planicie Costera del Sureste
4	Sierra Madre del Sur	IV	Altiplanicie Mexicana
5	Sierra Madre de Oaxaca	V	Valle Central de Chiapas
6	Sierra Atravesada	VI	Planicie Costera Noroccidental
7	Sierra Madre de Chiapas	VII	Planicie Costera Sudoccidental
8	Meseta Central de Chiapas	VIII	Planicie Costera Ístmica-Chiapaneca
9	Plataforma Yucateca	IX	Vertiente Oriental Californiana
10	Sistema Californiano	X	Vertiente Occidental Californiana

Figura 3.4. Unidades orogénicas y geomórficas de México

**Humedad relativa.** El contenido de humedad en la atmósfera se caracteriza a través del parámetro humedad relativa, el cual se define como la relación de la densidad del vapor de agua en un volumen de aire dividido por la densidad de vapor de agua en condiciones de saturación (Byers, 1974).

Generalmente se expresa en porcentaje y si la atmósfera presenta un alto contenido de humedad, la humedad relativa se aproximará al valor de 100%. Este elemento climatológico también muestra un comportamiento temporal como la temperatura. En la figura 3.5 se puede observar la variación geográfica de la humedad relativa en el territorio nacional.

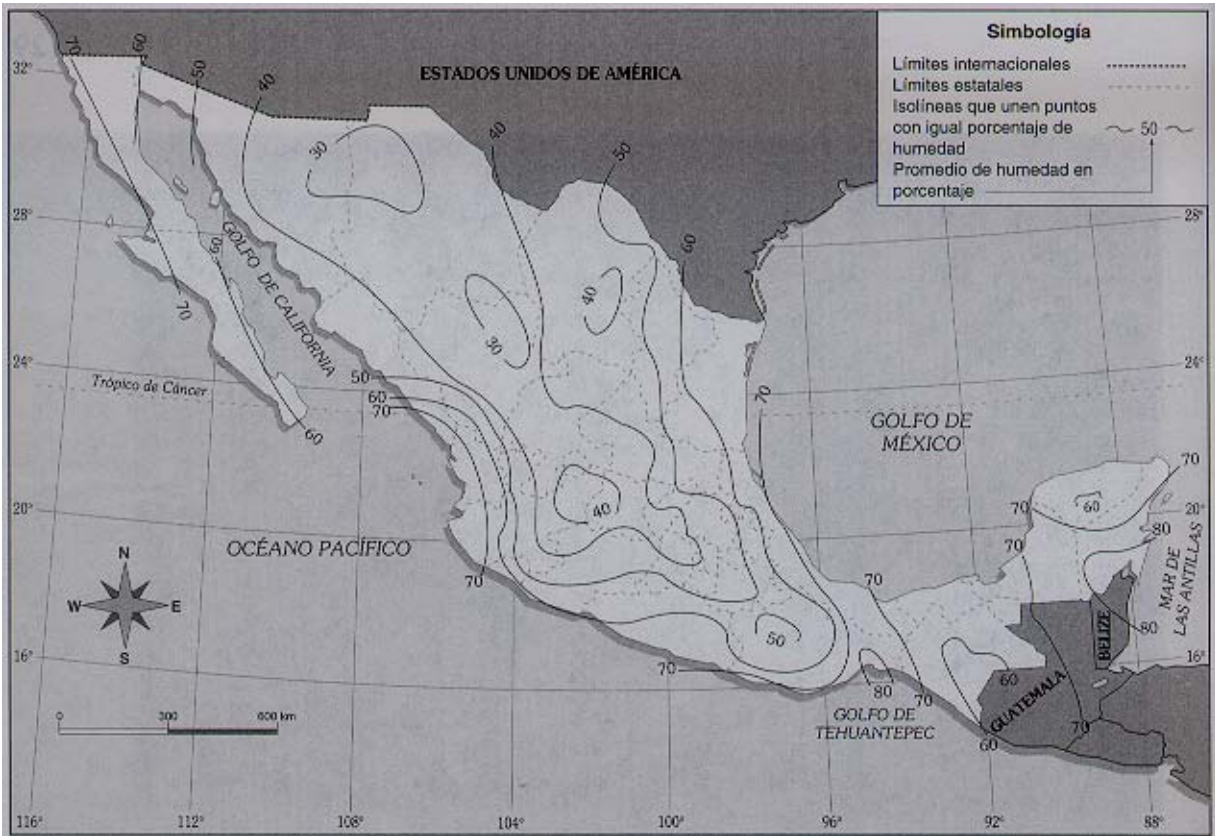


Figura 3.5. Humedad relativa media anual, en %

**Viento.** Se genera cuando existen diferencias de temperatura en puntos geográficos cercanos o por cambios en la presión atmosférica. Así, se presentan variaciones fuertes en intervalos de tiempo cortos en un lugar particular. Las montañas se enfrían más rápidamente que las partes bajas que las rodean, de modo que en la noche los vientos mostrarán una dirección descendente; en la mañana, la situación cambiará, de modo que al recibir primero los rayos solares las partes altas, se provocarán vientos con dirección ascendente.

En zonas cercanas a los mares ocurre que, durante el día, el viento se mueve del continente al cuerpo de agua, y conforme avanza la noche, la dirección



se invierte. Caso especial son los vientos asociados a los fenómenos descritos en la sección 3.1.

**Presión barométrica o atmosférica.** Es uno de los elementos más importantes de la meteorología y en el pronóstico del tiempo atmosférico se utilizan cartas donde se configuran los isovalores de presión, definiendo así los lugares donde se forman las zonas de ciclón y anticiclón, así como los frentes.

En la actualidad, las imágenes de satélite son un apoyo fundamental en el pronóstico del tiempo y la figura 3.6 muestra la variación geográfica de la presión media anual.

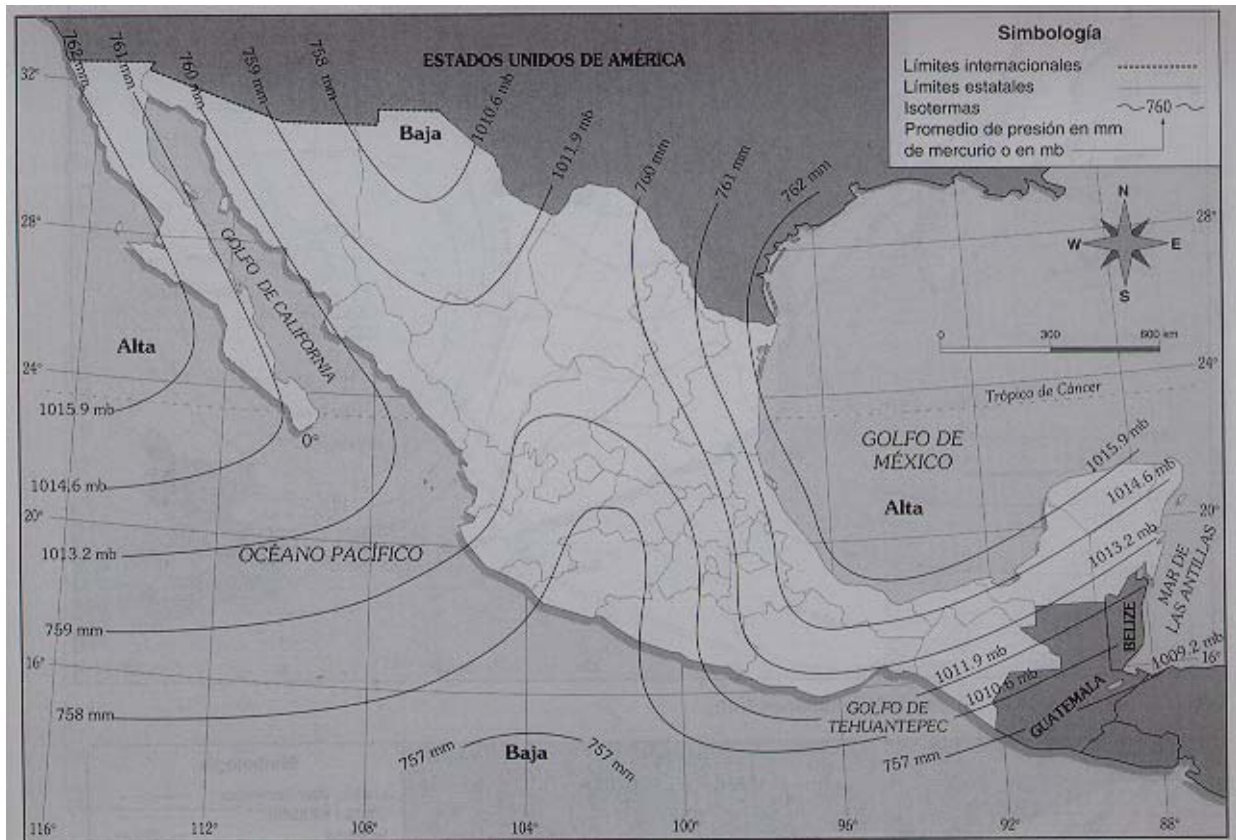


Figura 3.6. Isobaras medias anuales, en mm de mercurio y milibares (mb).

**Precipitación.** En la mayor parte del territorio nacional la precipitación corresponde a la pluvial; sin embargo, en el altiplano las heladas, y en el

norte la caída de nieve (caso especial son las montañas más altas, que permanentemente están cubiertas de nieve), son formas de precipitación relevantes desde el punto de vista regional.

La figura 3.7 muestra la distribución geográfica de la precipitación pluvial y para tal efecto se dibujan en un plano de la República Mexicana las isoyetas (líneas de igual valor de precipitación).

En general, los factores geográficos y geofísicos determinan las condiciones del clima y de la lluvia en las diversas regiones geográficas que conforman la República Mexicana, sobresaliendo las zonas de tipo desértico las cuales son de gran magnitud en nuestro país.

Al respecto, puede decirse que en el ámbito mundial existen dos franjas desérticas simétricas con respecto al Ecuador terrestre, una en el hemisferio norte entre los paralelos  $9^{\circ} 30'$  y  $37^{\circ} 30'$  de latitud norte y la otra en el hemisferio sur entre los paralelos  $9^{\circ} 30'$  y  $37^{\circ} 30'$  de latitud sur. En estas regiones se localizan la mayor parte de los desiertos del mundo.

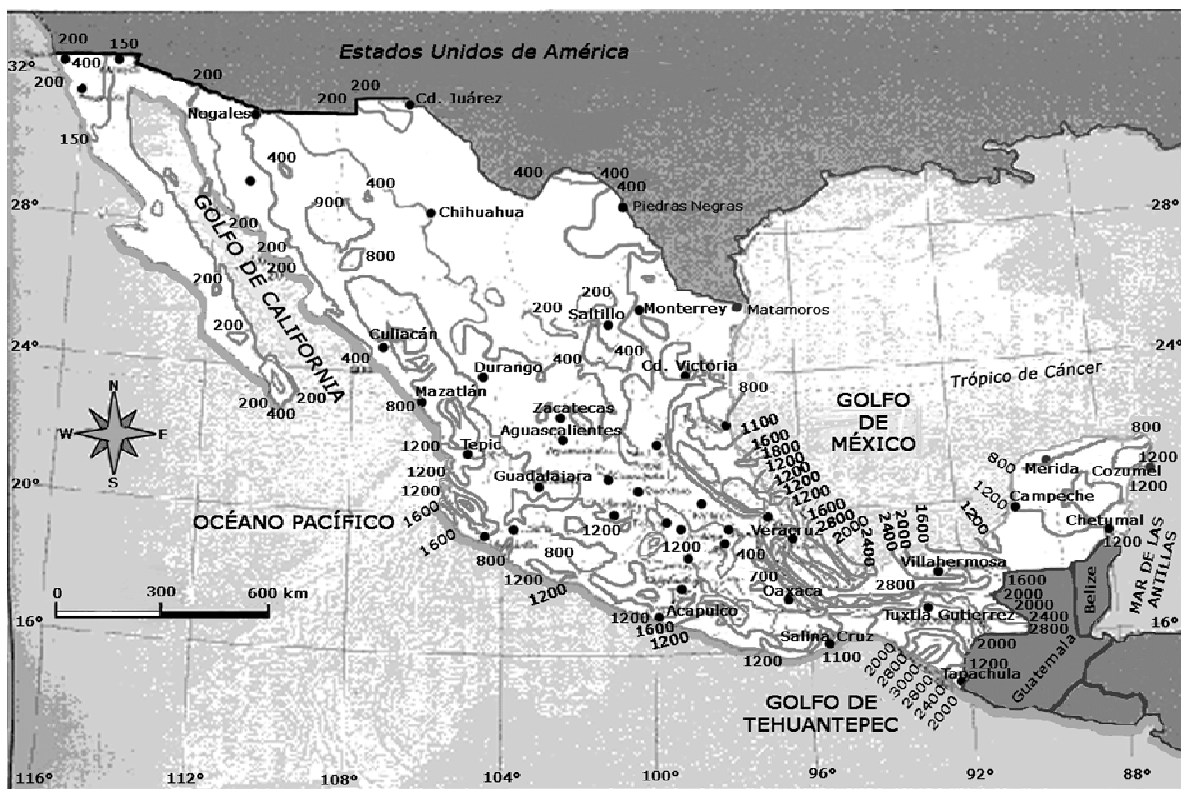


Figura 3.7. Isoyetas medias anuales, en mm

Ahora bien, al quedar México comprendido entre los paralelos 14° 31' y 32° 43' de latitud norte, toda su extensión se ubica dentro de una de las franjas de desiertos; se salva de esta fatalidad geográfica gracias a otros factores que propician la ocurrencia de la precipitación pluvial.

Asimismo, es importante recalcar que la distribución de la lluvia en el territorio mexicano depende de su valor medio anual; así como de su distribución a lo largo del año. La distribución mencionada se mide a través del número promedio de días con lluvias por año y en la figura 3.8 se observan las isólinas del promedio de número de días con lluvias por año, las cuales definen al unir los puntos con igual valor medio del número de días con lluvias.

Analizando la figura 3.8 se puede afirmar que los días con precipitación son mayores en la costra del Golfo de México, Sierra Madre Oriental, Sierra Madre de Oaxaca, Meseta Central de Chiapas y en la vertiente oriental de la Cordillera Neovolcánica. En cambio en la costa del Pacífico son pocos los días con precipitación y lo mismo ocurre con la Sierra Madre Occidental.

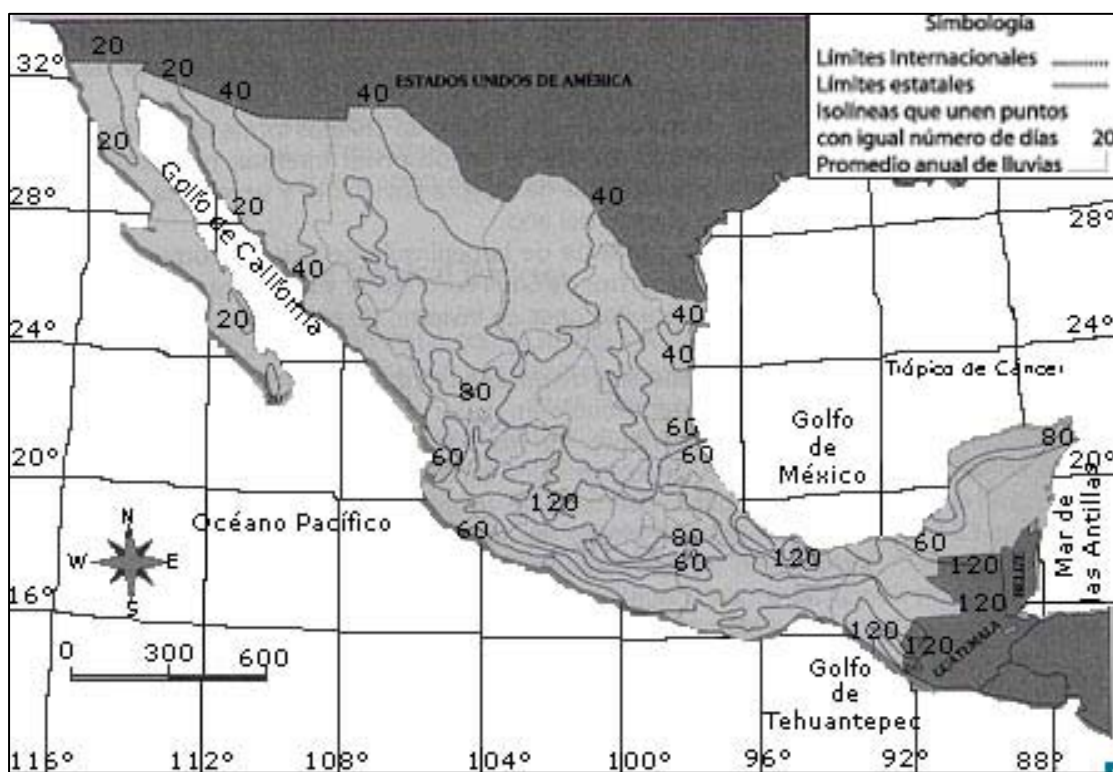


Figura 3.8. Promedio de número de días con lluvias por año

**Heladas.** Se denomina helada al proceso de enfriamiento intenso que llega a producirse a causa de la pérdida nocturna del calor de irradiación terrestre, situación que se presenta generalmente coincidiendo con la salida del Sol o pocos minutos después de ella. Tiene mucha importancia sobre la vegetación, especialmente sobre los cultivos, porque ese descenso de la temperatura a veces es tan fuerte que provoca la congelación de la savia de las plantas o de parte de ellas que no tienen eficaz defensa, causándoles grandes daños e, incluso, la muerte.

Al examinar la figura 3.9, la cual presenta el promedio de días con heladas en el año, se puede observar que, generalmente, en la zona baja de altitud no mayor a 1000 metros sobre el nivel del mar (msnm) y situada dentro de la zona tropical no se registra este fenómeno.

Asimismo, a medida que se incrementa la altitud se presentan heladas con un número variable, tal como se puede observar en la figura 3.9.

**Evaporación.** Este fenómeno aparece como consecuencia del calentamiento que los rayos solares producen sobre la superficie líquida de mares, lagos y ríos, así como en los suelos húmedos, convirtiendo el agua en vapor, mientras la atmósfera no esté saturada de vapor a la temperatura ambiente.



Figura 3.9. Promedio de días con heladas en el año

En este fenómeno el agua toma calor de su alrededor, por lo que la evaporación siempre va acompañada de enfriamiento de la superficie líquida o del suelo. A pesar de que la evaporación está ligada a factores locales, no varía fuertemente y en nuestro país se puede evaporar una lámina de agua que oscila de 2000 a 2500 mm anuales.

Es conveniente subrayar que los volúmenes evaporados son función de las superficies de agua capaces de producir vapor, de manera que en las zonas áridas o semiáridas carentes de depósitos o de suelos húmedos la evaporación no se realiza.

**Nubosidad.** Es un elemento importante que tiene influencia en la evaporación y la evapotranspiración en nuestro país. Las nubosidades pueden tener dos fuentes de origen: la primera es el resultado de la invasión de masas de aire frías y secas del norte, la cual tiene poca importancia y ninguna relación con las lluvias; y la segunda es la que se produce por el fenómeno de las masas de aire caliente y humedad que provienen de los océanos vecinos, tiene gran importancia y está íntimamente relacionada con



las lluvias. La distribución del número de días nublados en el país se muestra en la figura 3.10.

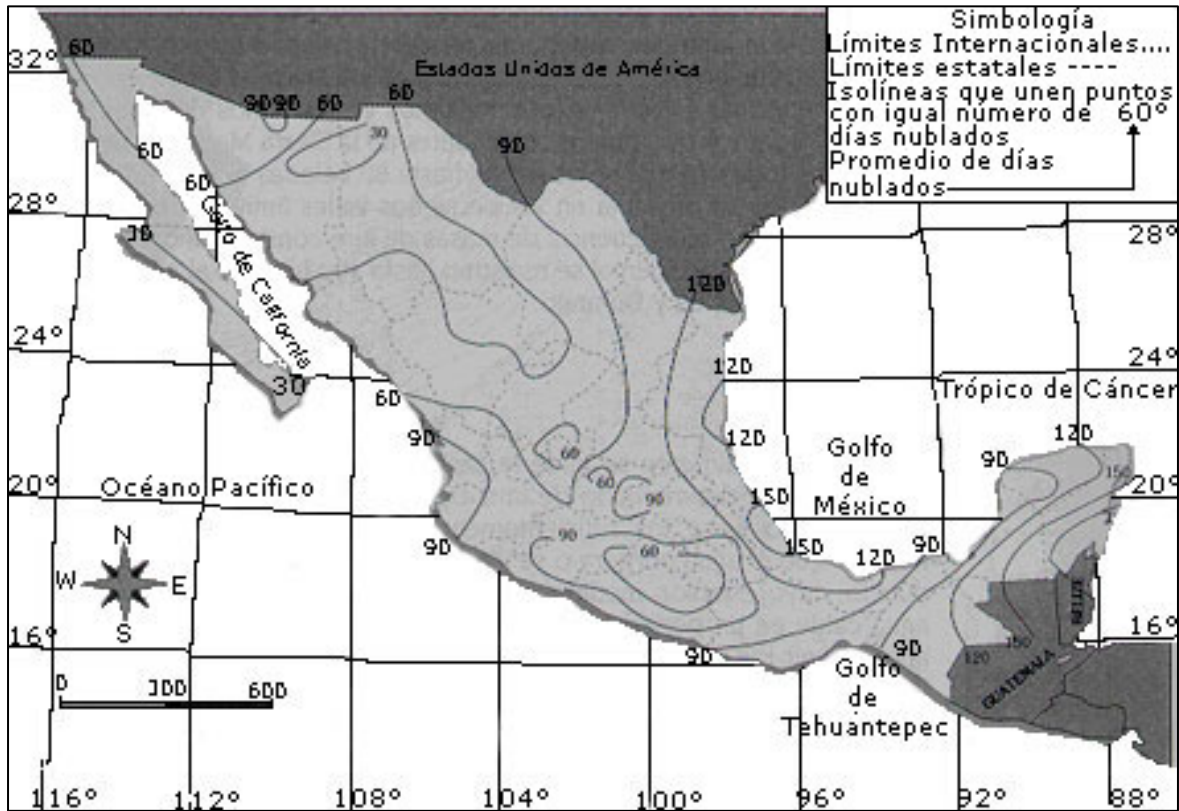


Figura 3.10. Número promedio de días nublados por año

### 3.3. Estación climatológica

Los elementos meteorológicos se miden comúnmente en puntos cercanos a la superficie del terreno; sólo en lugares específicos se lleva a cabo la medición a diferentes alturas. Existen normas para llevar a cabo las mediciones de cada uno de los elementos, las cuales son expedidas por la Organización Mundial de Meteorología (WMO por sus siglas en inglés).

La temperatura diaria se mide con termómetros de mercurio y de acuerdo con las normas de la WMO se determinan las temperaturas ambiente (8:00 de la mañana), máxima y mínima o bien con termógrafos, para obtener registros continuos a lo largo del día.

La humedad relativa se mide por medio de higrómetros; los hay de absorción, de cabello y electrónicos. También se puede medir a través de un psicrómetro, el cual está compuesto de dos termómetros: uno de bulbo seco y otro de bulbo húmedo.

El viento se mide utilizando dos parámetros: la dirección y su intensidad. El primero se determina con la veleta; el segundo con el uso de un anemómetro.

El instrumento más común para medir la presión atmosférica es el barómetro aneroide, en tanto que la obtención de un registro continuo se realiza por medio de un barógrafo.

La precipitación pluvial se puede medir en forma discreta o continua. En el caso discreto, se hace uso del pluviómetro; en el caso del registro continuo se utiliza el pluviógrafo.

La radiación solar que incide en la superficie del terreno se mide con un solarímetro. El tiempo de incidencia de los rayos solares se mide a través de la esfera de Campbell-Stokes.

La evaporación se puede medir con tanques de fibra de vidrio o de lámina galvanizada, utilizando un vernier para medir la lámina evaporada. El registro continuo de evaporación se hace a través de evaporígrafos.

En la actualidad existen estaciones automatizadas que poseen sensores electrónicos para medir los diferentes elementos meteorológicos de forma continua.

Ahora bien, con el desarrollo tecnológico de los aparatos de medición las estaciones climatológicas se han automatizado para llevar a cabo la medición de los principales componentes del ciclo hidrológico y la figura 3.11 muestra una estación climatológica automática.



*Figura 3.11. Estación climatológica automática*

### **3.4. Tipos de precipitación**

La precipitación puede ocurrir desde las nubes localizadas a cierta altitud o por condensación del vapor de agua sobre la superficie del terreno. Para que en una nube se formen las gotas que eventualmente se transformarán en lluvia, granizo o nieve, se deben de cumplir las condiciones mínimas siguientes:

- Presencia de núcleos de condensación.
- Temperaturas cercanas a la del punto de rocío.
- Abasto continuo de vapor de agua.
- Incremento del tamaño de las gotas a través de colisiones.

Como se mencionó al inicio del capítulo, en la atmósfera existen diminutas partículas sólidas en suspensión, de las cuales, algunas muestran gran afinidad con el vapor de agua; a estos corpúsculos se les conoce como núcleos de condensación higroscópicos. El tamaño de estas partículas va de  $0.01 \mu\text{m}$  hasta  $10 \mu\text{m}$ . Otros núcleos que interaccionan con el agua son:



- Las gotas de ácido nítrico, que están relacionadas con los productos que se generan en los incendios forestales, tormentas eléctricas y emanaciones industriales. Los tamaños más comunes no pasan de 0.1  $\mu\text{m}$ .
- Partículas de polen y polvo, transportados por el viento.
- Ceniza volcánica, procedente de las erupciones.

La tabla 3.2 (Llauge, 1976) muestra una clasificación de los núcleos por tamaño representativo y por concentración de partículas en un volumen dado.

*Tabla 3.2. Clasificación de los núcleos de condensación por tamaño y concentración*

Tipo de núcleo de condensación	Tamaño, en $\mu\text{m}$ (micras)	Número de partículas, por $\text{cm}^3$
Núcleos de Aitken	< 0.4	1,000 a 5,000
Núcleos grandes	[0.4, 1]	100 a 1,000
Núcleos gigantes	[1, 10]	1

La temperatura del punto de rocío de una masa de aire es el valor en el que la humedad en forma de vapor de agua se condensa, convirtiéndose en líquido, y si las condiciones son adecuadas, en cristales de hielo.

El contenido de humedad de la atmósfera es la cantidad de vapor de agua que puede contener una masa de aire y depende principalmente de la temperatura: a mayor temperatura, mayor es la cantidad de vapor de agua que se puede retener.

Ahora bien, cuando la masa de aire llega al valor máximo admisible de retención de vapor a una temperatura dada, se dice que está saturado. Si las gotas de agua no se forman en una condición de saturación, entonces tienden a evaporarse.

La única oportunidad de sobrevivir que tienen las gotas es por la colisión con otras, situación que favorece al incremento de su volumen; esto prosigue hasta que el peso es mayor a la influencia de las corrientes ascendentes o a la evaporación, teniendo lugar la caída como lluvia, granizo o nieve. En su viaje descendente, el tamaño de las gotas puede aumentar más por coalescencia, es decir, por la incorporación de gotas más pequeñas que arrastra a su paso. El tamaño más común de las gotas de lluvia es de aproximadamente 2.5 mm.

De acuerdo al mecanismo por el cual se origina, la lluvia se puede clasificar en convectiva, ciclónica y orográfica. En la figura 3.12 se muestra un esquema representativo de cada uno de los tipos mencionados.

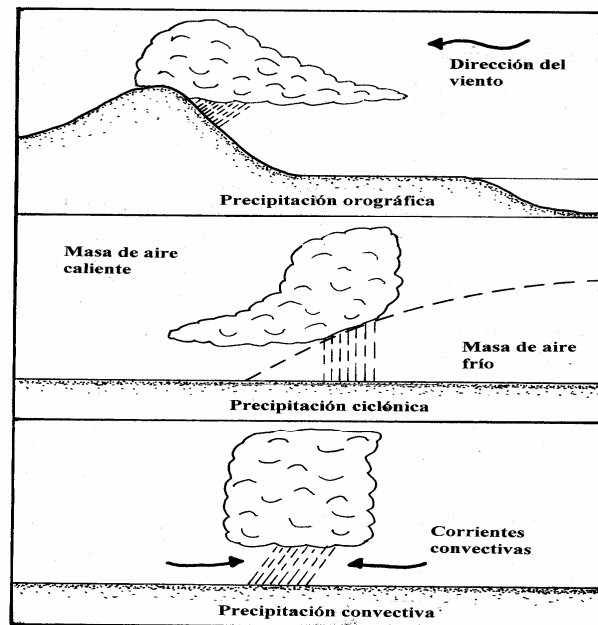


Figura 3.12. Esquema representativo de los tipos de lluvia

### 3.5. Aparatos de medición de la lluvia

Como se mencionó anteriormente, la precipitación pluvial se mide por medio de pluviómetros y de pluviógrafos y para llevar a cabo su adecuada operación, se deben considerar algunas características, las cuales se presentan a continuación:

- El diámetro del orificio del dispositivo de captación no debe de ser menor a 30 mm; el límite superior parece no ser relevante.

- Los pluviómetros pueden estar enterrados o colocados a 1 m de altura desde la superficie del terreno. El uso de protectores contra viento no mejora la calidad de la medición.
- Los instrumentos deben colocarse en espacios abiertos y no deben existir objetos dentro de la sección cónica imaginaria que se forma al colocar el vértice en el instrumento y las proyecciones de las generatrices con un ángulo de  $45^\circ$  respecto a la superficie del terreno.

### **3.6. Técnicas de análisis de los registros de lluvias**

La información de precipitación pluvial se genera en forma discreta, utilizando el pluviómetro y realizando las lecturas totales acumuladas en intervalos de 6, 12 o 24 horas. Si se utiliza el pluviógrafo se obtiene un registro continuo de la precipitación, siendo posible analizar la variación temporal de la lluvia en intervalos de minutos. La medición más común en las estaciones climatológicas son los valores discretos de los pluviómetros.

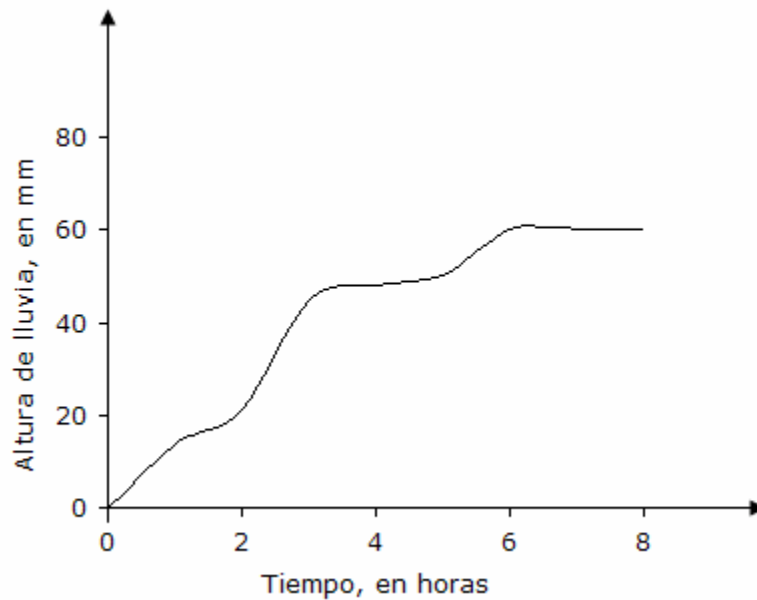
Dependiendo del objetivo del estudio que se pretenda llevar a cabo, se hará uso de la información del registro discreto o del continuo. En ambos casos, y de hecho para cualquier variable hidrológica, se pueden aplicar técnicas para análisis de valores máximos, mínimos y ordinarios.

Las técnicas mencionadas hacen uso de herramientas probabilísticas, estadísticas, empíricas y determinísticas.

A continuación se presentan las técnicas para analizar en forma puntual los registros continuos y discretos.

#### **Registros continuos puntuales**

Los registros del pluviógrafo se representan en una curva de valores acumulados denominada curva masa; ésta se obtiene de la gráfica generada por el pluviógrafo, seleccionando un intervalo de tiempo para el cual se determina la lámina o altura de lluvia precipitada y sumando los valores obtenidos. La figura 3.13 indica la curva masa de precipitación obtenida del registro de un pluviógrafo.



*Figura 3.13. Curva masa de precipitación*

De la curva masa se generan tres representaciones útiles en el análisis puntual de lluvias:

**a) Estimación de la intensidad de la lluvia**

La estimación de la intensidad de lluvia se lleva a cabo dividiendo el valor de la altura de lluvia por el intervalo considerado. Para el caso de la intensidad máxima, entonces se analizan diferentes intervalos de tiempo que se registran en las estaciones pluviográficas (5, 10, 15, 30 minutos, etc.), obteniendo un valor máximo para cada intervalo.

**b) Hietograma de la altura de lluvia**

El hietograma es la representación en barras de la variación de la altura de lluvia o de la intensidad de la lluvia en el tiempo. Si el intervalo seleccionado es pequeño, digamos de 5 minutos, entonces la información proporcionada de la tormenta será muy detallada; conforme aumenta el valor del intervalo, el detalle se pierde. La figura 3.14 muestra los hietogramas de alturas de precipitación e intensidades.

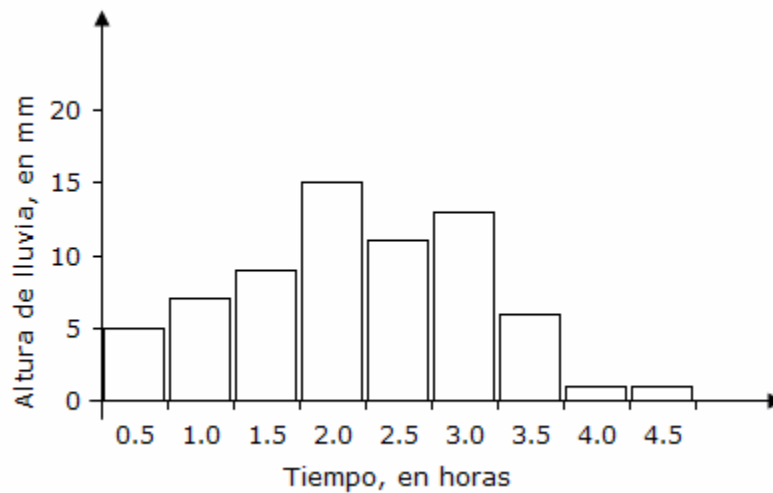
### c) Curvas intensidad-duración-periodo de retorno

Las curvas intensidad-duración-periodo de retorno se pueden obtener por métodos probabilísticos o de regresión lineal múltiple. Es necesario con anticipación determinar el periodo de retorno de los datos, el cual se define como el intervalo promedio de tiempo dentro del cual un evento de magnitud dada  $x$  puede ser igualado o excedido por lo menos una vez en promedio (Springall, 1986).

La expresión más común para estimar el periodo de retorno, a partir de valores de datos, es la desarrollada por Weibull (1939), dada por:

$$T_r = \frac{n+1}{m} \quad (3.1)$$

donde  $T_r$  es el periodo de retorno en años;  $n$  el número total de datos de la muestra a analizar; y  $m$  el valor de rango de cada valor.



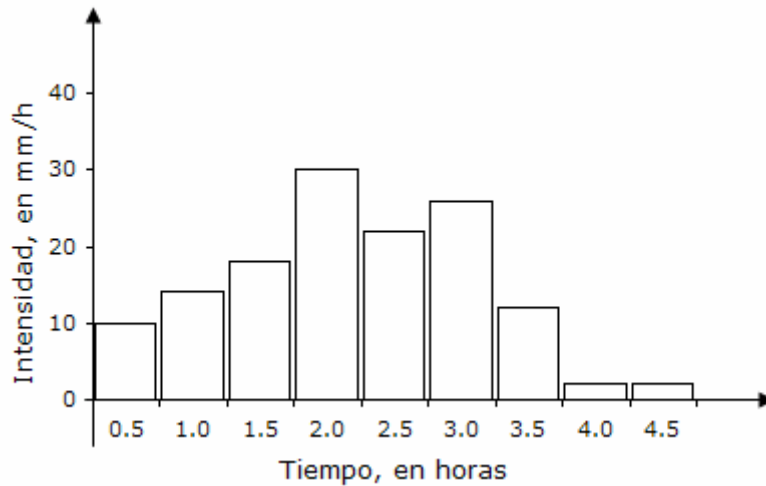


Figura 3.14. Hietogramas de alturas de lluvia e intensidades

El valor de rango se obtiene de los datos de altura de lluvia o de intensidad que han sido acomodados de mayor a menor, si es análisis de máximos, o de menor a mayor, si es de mínimos. En el caso de análisis de eventos ordinarios, se procede a seleccionar valores representativos para cada intervalo de tiempo, a través de algún estimador estadístico de tendencia central.

Si lo que interesa es analizar los máximos de lluvia, entonces se seleccionan las tormentas más intensas y/o cuantiosas de cada año, y de sus respectivas curvas masa se procede a obtener el máximo valor de la altura de lluvia o de intensidad para cada intervalo.

Una vez obtenidos los valores máximos por cada duración y por año, entonces se acomodan de mayor a menor, asignando al valor más grande el rango 1, y al menor el rango n. Una vez asignado el rango de cada evento, se procede a estimar el periodo de retorno con el apoyo de la expresión (3.1)

Al concluir el proceso de asignación del periodo de retorno de los datos de lluvia o de intensidades, se aplica alguno de los métodos de mayor uso, el criterio de Chow o bien el método de la correlación lineal múltiple.

### • Método de Chow

El objetivo del método de Chow (1964) es efectuar un análisis independiente para cada duración de lluvia, es decir definir una función que relacione la altura de lluvia y el periodo de retorno. Para tal efecto, se supone un valor de

duración o un intervalo de tiempo y se aplica la expresión matemática siguiente:

$$h_p = a + b \log (T_r)$$

(3.2)

donde  $h_p$  es la altura de lluvia;  $a$ ,  $b$  son constantes; y  $T_r$  es el periodo de retorno.

Para encontrar los valores de las constantes  $a$  y  $b$ , se lleva a cabo una regresión de cualquier tipo (lineal, exponencial, etc.).

### • **Método de regresión lineal múltiple**

El objetivo de este método es calcular el valor de la intensidad máxima de lluvia ( $i$ ) en función de su duración ( $d$ ) y del periodo de retorno ( $T_r$ ), realizando un ajuste simultáneo de las tres variables ( $i$ - $d$ - $T_r$ ) por medio de una regresión múltiple.

El método más común que permite realizar este proceso esta representado por la función matemática del tipo siguiente:

$$i = k T_r^m / d^n$$

(3.3)

donde  $i$  es el valor de la intensidad máxima de lluvia, en mm/h;  $T_r$  es el periodo de retorno, en años;  $d$  es la duración de la lluvia, en min; y  $k$ ,  $m$  y  $n$  son los parámetros que se determinan al ajustar la ecuación (3.3) a los datos registrados en una estación pluviográfica.

Para evaluar los parámetros  $k$ ,  $m$  y  $n$ , se transforma la ecuación (3.3) a una forma lineal aplicando el logaritmo natural a ambos logaritmos, obteniendo la expresión siguiente:

$$\ln (i) = \ln (k) + m \ln (T_r) - n \ln (d)$$

(3.4)

o bien

$$Y = A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_2$$

(3.5)

donde:  $Y = \text{Ln}(i), \quad X_1 = \text{Ln}(T_r), \quad X_2 = \text{Ln}(d),$   
 $A_0 = \text{Ln}(k), \quad A_1 = m, \quad A_2 = -n$

Para calcular los parámetros  $A_0, A_1$  y  $A_2$ , se utiliza el sistema de ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^n Y = N A_0 + A_1 \sum_{i=1}^n X_1 + A_2 \sum_{i=1}^n X_2$$

$$\sum_{i=1}^n (X_1 Y) = A_0 \sum_{i=1}^n X_1 + A_1 \sum_{i=1}^n (X_1^2) + A_2 \sum_{i=1}^n (X_1)(X_2)$$

$$\sum_{i=1}^n (X_2 Y) = A_0 \sum_{i=1}^n X_2 + A_1 \sum_{i=1}^n (X_1)(X_2) + A_2 \sum_{i=1}^n (X_2^2)$$

(3.6)

donde  $N =$  Número de sumandos



### 3.7. Registros discretos puntuales

Los registros discretos de la lluvia se obtienen de los pluviómetros y las lecturas pueden llevarse a cabo cada 6 horas, cada 12 horas o, lo más común, cada 24 horas.

En este caso, el análisis se basa en la selección de un valor representativo para cada intervalo y esto se puede llevar a cabo a través de un análisis estadístico y/o probabilístico.

No obstante, se considerará un estimador estadístico de tendencia central, que puede ser la media aritmética muestral, como el medio a través del cual se calcule dicho valor representativo.

El estimador estadístico muestral es de la forma siguiente:

$$x_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

(3.7)

donde  $x_m$  es la media aritmética;  $n$  el número de valores considerados; y  $x_i$  es el valor del  $i$ -ésimo valor de la muestra.

Una vez obtenidos los valores representativos en cada caso (información de pluviómetros y de pluviógrafos), se puede llevar a cabo un análisis espacial de la lluvia, es decir, determinar la distribución de la precipitación en una cuenca, para un intervalo de tiempo definido.

Para tal proceso, existen tres métodos básicos para realizar el análisis espacial: precipitación media, curva masa media ajustada y curvas altura de precipitación-área-duración.

#### a) Precipitación media

##### • Media aritmética

La precipitación media se puede obtener por la media aritmética definida por la expresión:

$$\bar{h}_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_{p_i}$$

(3.8)

donde  $\bar{h}_p$  es la precipitación media; n es el número de años; y  $h_{p_i}$  es la i-ésima altura de precipitación.

- **Polígonos de Thiessen**

Este método permite estimar la precipitación media sobre la superficie de una cuenca hidrológica, a partir de la ecuación:

$$\bar{h}_p = \frac{1}{A_c} \sum_{i=1}^n (h_{p_i} A_i)$$

(3.9)

donde  $\bar{h}_p$  es la precipitación media;  $A_c$  es el valor del área de la cuenca;  $h_{p_i}$  es el valor de la precipitación puntual que se presenta en la i-ésima estación; y  $A_i$  es el área de influencia de la estación i, definida a partir de los polígonos de Thiessen.

El área de influencia de cada estación  $A_i$  se define al construir triángulos en cuyos vértices estarán localizadas las tres estaciones más cercanas entre si. A continuación, se trazan líneas rectas que bisectan los lados de los triángulos y, por geometría elemental, las líneas correspondientes a cada triángulo convergerán en un solo punto.

Con este proceso, cada estación pluviométrica quedara rodeada por líneas rectas, formando un polígono de forma irregular y el área encerrada por esta figura será la superficie de influencia de la estación correspondiente  $A_i$ .

- **Método de las isoyetas**

Un tercer método, y que es común en la práctica, es el de las isoyetas. El método en cuestión consiste en trazar, con la información disponible en las estaciones pluviométricas, líneas que unen los puntos de igual altura de precipitación llamadas isoyetas. La precipitación media se evalúa con la expresión:

$$\bar{h}_p = \frac{1}{A_c} \sum_{i=1}^n (h_{pi} A_i)$$

(3.10)

donde  $\bar{h}_p$  es la precipitación media;  $A_c$  es el área de la cuenca;  $h_{pi}$  es la altura de precipitación promedio entre las dos isoyetas adyacentes de análisis; y  $A_i$  es el área comprendida entre dos isoyetas consecutivas.

### **b) Curva masa media ajustada**

La curva masa representativa de una cuenca o de una región en estudio, corresponde a la curva masa media ajustada. Para construirla, se requiere de registros de pluviógrafo y de pluviómetro dentro y alrededor de la cuenca; una vez recopilada la información, se aplica el procedimiento que se menciona a continuación (CFE, 1981):

1. Se obtiene la curva masa de cada estación que cuente con registro pluviográfico;
2. Se calcula la precipitación media para la duración total, empleando pluviógrafos y pluviómetros, con el método de las isoyetas;
3. Se selecciona el intervalo de tiempo a considerar;
4. Se obtiene la precipitación para cada estación pluviográfica y cada intervalo de tiempo;
5. Empleando el método de Thiessen con los datos del inciso anterior, se obtiene la precipitación media en la cuenca para cada intervalo de tiempo,;
6. Se gráficán los valores de precipitación obtenidos en el inciso 5; la unión de todos estos puntos es la curva masa media;
7. Si el valor de la precipitación media total calculado por el método de Thiessen es diferente del obtenido con el método de las isoyetas, se deben ajustar los valores de la curva masa media, a través de un factor estimado por la división de la precipitación media total por el método de las isoyetas entre la precipitación media total por el de Thiessen;
8. La curva masa media se multiplica por el factor del inciso anterior;

9. Al graficar los valores afectados por el factor de ajuste, se obtiene la curva masa media ajustada.

### **c) Curvas altura de precipitación-área-duración**

Otra técnica de análisis espacial y temporal asociada a las condiciones más desfavorables de una tormenta, es la de las curvas altura de precipitación-área-duración, y se presenta cuando la precipitación es de gran magnitud, tal como sucede con las precipitaciones ciclónicas, dentro de un cierto intervalo de tiempo, y que se distribuye de cierta forma en la superficie del terreno.

A continuación se describe la secuencia para su obtención (CFE, 1981):

1. Se obtiene la curva masa de cada estación que cuente con registro pluviográfico;
2. Se calcula la precipitación media para la duración total, empleando pluviógrafos y pluviómetros, con el método de las isoyetas;
3. Se selecciona el intervalo de tiempo a considerar;
4. Se obtiene la precipitación para cada estación pluviográfica y cada intervalo de tiempo;
5. Para cada zona encerrada por una isoyeta, empezando por la isoyeta de mayor valor, se calcula el área encerrada por la isoyeta y la precipitación media correspondiente;
6. Se trazan los polígonos de Thiessen asociados a las estaciones pluviográficas y se superponen al plano de isoyetas para determinar qué porcentaje del área encerrada por cada isoyeta le corresponde a cada pluviógrafo;
7. Se calcula una curva masa media para cada área encerrada entre isoyetas, multiplicando la curva masa de cada estación pluviográfica por el porcentaje correspondiente obtenido en el inciso anterior;
8. Para cada área encerrada entre isoyetas, se calcula la curva masa media ajustada (obteniendo el factor de ajuste y multiplicándolo por las curvas masa);

9. Para todas las duraciones de interés, las cuales deben ser múltiplos del intervalo de tiempo utilizado en el análisis, y para cada área, se calculan los incrementos máximos de precipitación;
10. Se construyen las gráficas considerando los valores de altura de precipitación en el eje horizontal, los valores de área en el eje vertical, y las curvas corresponderán a cada valor de intervalo de tiempo.

### **3.8. Consistencia de los datos de precipitación**

#### **Detección de inconsistencia en los datos**

Para detectar si un registro de datos es inconsistente, es decir, que ha cambiado el funcionamiento en algún momento de su historia (cambio de instrumento, relocalización del dispositivo de medición, etc.), se hace uso de la curva masa doble. Esta curva se obtiene a partir de valores anuales acumulados de precipitación: en el eje vertical se consideran los valores de precipitación anual acumulada de la estación en la que se sospecha inconsistencia en alguna parte de su registro; el eje horizontal corresponde a la precipitación anual acumulada media de las estaciones cercanas. Si existe inconsistencia, entonces la curva mostrará dos poblaciones diferentes, esto es, un cambio de pendiente notorio en alguna parte de la curva.

Si existe inconsistencia en los datos, se procede a calcular el factor de ajuste a través de la expresión siguiente:

$$K = \frac{\text{Pendiente del tramo posterior al cambio}}{\text{Pendiente del tramo anterior al cambio}}$$

(3.11)

Así, los valores que están fuera de la línea de consistencia, serán afectados por el factor K.

#### **Datos faltantes en un registro histórico**

La falta de datos en una estación es algo común. Para aminorar este problema, existen técnicas que permiten hacer estimaciones de la precipitación, tomando en cuenta la información de las estaciones cercanas. A continuación se presentan tres de las técnicas más comunes (CFE, 1981;

Sharp, 1984). Cabe señalar que existen otros métodos basados en consideraciones estadísticas y probabilísticas que aquí no se tratan.

- a) Si la variación de la precipitación anual media entre tres estaciones climatológicas cercanas, es menor al 10% con respecto a la estación que se pretende completar su registro, entonces se obtiene la estimación a través de la media aritmética de las tres estaciones con el auxilio de la ecuación (3.8).
- b) Si la variación de la precipitación anual media es mayor al 10%, la estimación de los datos faltantes se lleva a cabo a partir de un promedio ponderado, con el auxilio de la expresión:

$$P_A = \frac{1}{3} \left[ \frac{\bar{P}_A P_B}{\bar{P}_B} + \frac{\bar{P}_A P_C}{\bar{P}_C} + \frac{\bar{P}_A P_D}{\bar{P}_D} \right] \quad (3.12)$$

donde  $P_A$  es el valor de precipitación en la estación con datos faltantes;  $P_B, P_C, P_D$  los valores de precipitación de las tres estaciones más cercanas;  $\bar{P}_A, \bar{P}_B, \bar{P}_C$  y  $\bar{P}_D$  los valores de la media aritmética de la precipitación anual para cada estación climatológica.

- c) Se localizan en un plano cuatro estaciones cercanas a la estación con datos faltantes; en la estación de interés se ubica la intersección de dos segmentos de recta perpendiculares, los cuales presentan una inclinación de 45° con respecto a una línea de orientación norte-sur. La estimación de la precipitación en la estación I se lleva a cabo por la expresión siguiente:

$$P_I = X_T^2 \left[ \frac{P_N}{X_N^2} + \frac{P_S}{X_S^2} + \frac{P_E}{X_E^2} + \frac{P_O}{X_O^2} \right] \quad (3.13)$$

donde  $P_I$  es el valor de precipitación en la estación de interés;  $X_T^2$  es la suma cuadrática de las distancias  $X_N^2, X_S^2, X_E^2$  y  $X_O^2$  las cuales corresponden a la distancia que va de la intersección de los dos segmentos de recta perpendiculares, a cada una de las estaciones ubicadas en uno de los cuatro cuadrantes;  $P_N, P_S, P_E$  y  $P_O$  son los valores de precipitación para las estaciones ubicadas en los cuadrantes respectivos.

### **3.9. Distribución geográfica de la precipitación**

La precipitación en nuestro país está distribuida de acuerdo a la situación geográfica de cada región. Así, según se anota en la Comisión Nacional del Agua (CNA, 1994), la variación de la disponibilidad del agua “oscila de la extrema escasez a la sobreabundancia, de las sequías a las inundaciones”.

De la lluvia que recibe nuestro país cada año, apenas una cuarta parte escurre superficialmente por los cauces de ríos y arroyos. La mayoría se evapora y una parte menor es absorbida por el suelo o penetra hacia cavidades subterráneas.

“En 67% de la nación, la lluvia es insuficiente para desarrollar una agricultura de temporal regular, pues 31% de nuestro territorio es árido, 36% es semiárido y sólo 33% es húmedo o subhúmedo. En las regiones áridas y semiáridas se ubican dos terceras partes de la población y más de 70% de la industria manufacturera, lo que destaca la necesidad de la redistribución del agua”.

En la mayor parte de nuestro territorio se presenta una temporada de lluvias de carácter general comprendida de mayo a octubre, denominada lluvia de verano. En el mes de mayo se presentan lluvias irregulares y dispersas, correspondiendo a un periodo de transición que da fin al estiaje e inicio de la época de lluvias.

Alrededor del mes de agosto se presenta un intervalo pequeño de secas que recibe el nombre de canícula (Tamayo, 1999).

Los regímenes pluviales se distribuyen geográficamente como se menciona a continuación (Tamayo, 1999):

- a) En la zona que comprende a la Sierra Madre Oriental, desde el Trópico de Cáncer hasta el Pico de Orizaba, la vertiente norte de la Meseta Central de Chiapas y la porción sureste de la Sierra Madre de Chiapas, se registran lluvias durante todo el año con elevado valor total, que tienen la característica de presentarse distribuidas en la mayor parte del año. Son importantes en verano por lo que hace al valor de la intensidad y también en invierno por su larga duración.
- b) En el declive oriental de la Sierra Madre Oriental, desde el paralelo que pasa por la ciudad de Tampico, hacia el sur, siguiendo por las cimas altas

de la Sierra Madre de Oaxaca, la vertiente norte de la Sierra Madre de Oaxaca y la Meseta Central de Chiapas incluyendo la península de Yucatán, se registran las lluvias generales ya señaladas, pero además lluvias de invierno, de manera que las secas solamente se extienden de marzo a mayo.

- c) En el declive sur de la Sierra Madre de Chiapas se observan intensas lluvias comprendidas de mayo a noviembre, registrándose la temporada seca en el resto del año.
- d) En la porción noroeste de la península de Baja California y la vertiente oeste de las Sierras de San Pedro Mártir y de Juárez se presenta una corta temporada de lluvias en invierno con bajo valor anual.
- e) En la altiplanicie septentrional, las lluvias generales de mayo a octubre muestran un valor reducido; en la altiplanicie meridional un valor intermedio, y en las vertientes exteriores de las cordilleras y en el resto de las sierras altas los valores son elevados.

Las lluvias de verano y de otoño son provocadas por la invasión de masas de aire húmedas de los mares contiguos. En los últimos meses de esta estación, la lluvia se incrementa por la presencia de ciclones tropicales (Tamayo, 1999).

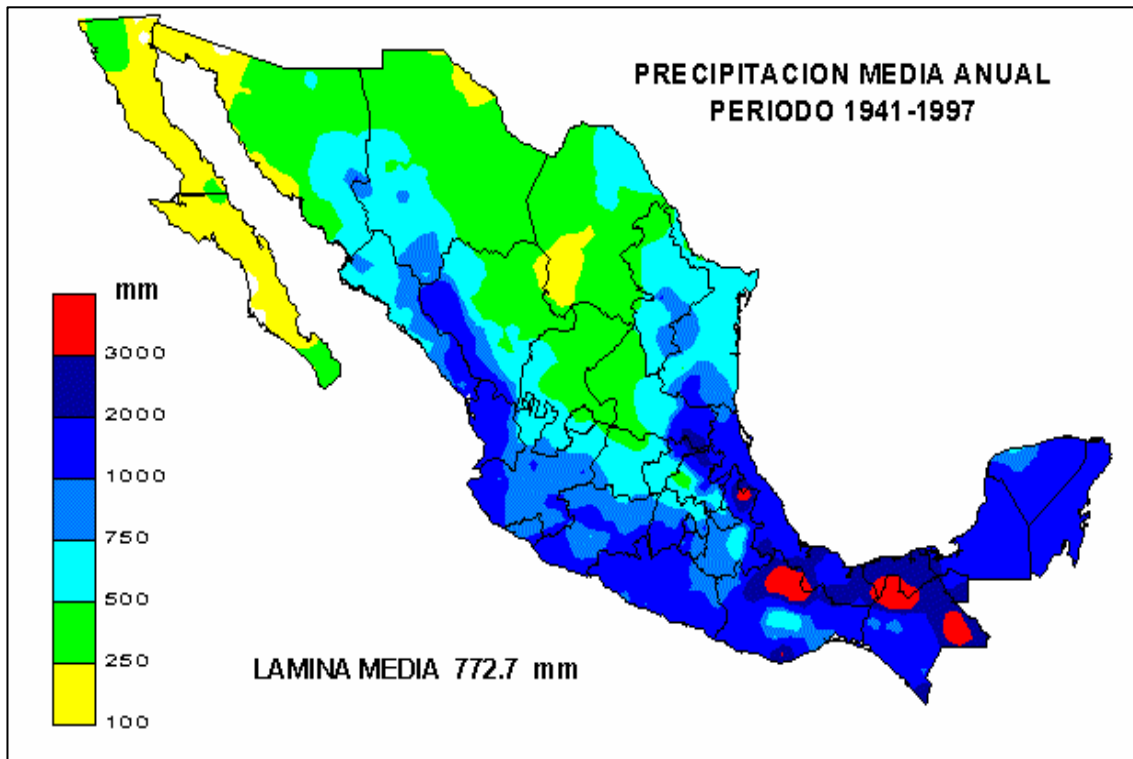
En el invierno, las lluvias son consecuencia de la presencia de masas de aire frío del norte, frente a masas de aire caliente (Tamayo, 1999).

En la República Mexicana las tormentas más desfavorables que han ocurrido son de origen ciclónico, a excepción del noroeste, donde ocurren en invierno debido al choque de masas de aire frío continental con masas de aire húmedo.

Además, por la variación tan fuerte que existe en la orografía, no se puede hablar de una distribución uniforme de la lluvia. En general, las lluvias máximas tienen lugar en la parte sur del país, así como en las vertientes de Golfo y del Pacífico.

La figura 3.15 muestra un plano con la distribución geográfica de la precipitación media anual en el territorio mexicano (CNA, 2004).





*Figura 3.15. Distribución geográfica de la precipitación media anual en la República Mexicana*

### **3.10. Redes de medición**

La caracterización espacial y temporal de una región, en cuanto a la precipitación, se lleva a cabo a través de una adecuada distribución de las estaciones climatológicas.

Para definir el número de estaciones apropiado se puede emplear alguno de los dos métodos mostrados a continuación.

#### **a) Correlación de la precipitación entre estaciones cercanas**

La secuencia para obtener el número de estaciones necesarias en una región es la siguiente (CFE, 1981):

1. Se fija una estación base;
2. Se obtienen registros simultáneos en la estación base y en diversas estaciones localizadas a diferentes distancias de ella, para el intervalo de tiempo que se requiera analizar;
3. Se calcula el coeficiente de correlación entre los registros obtenidos en la estación base y cada una de las estaciones auxiliares, utilizando la expresión

$$r_{xy} = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n (P_{xi}) (P_{yi}) - n (\bar{P}_x) (\bar{P}_y) \right]}{\left\{ \left[ \sum_{i=1}^n P_{yi}^2 - n \bar{P}_y^2 \right] \left[ \sum_{i=1}^n P_{xi}^2 - n \bar{P}_x^2 \right] \right\}^{1/2}}$$

(3.14)

donde  $r_{xy}$  es el coeficiente de correlación lineal entre la estación base  $x$  y la estación auxiliar  $y$ ;  $P_{xi}$  y  $P_{yi}$  son las precipitaciones registradas en las estaciones base y auxiliar respectivamente;  $\bar{P}_x$  y  $\bar{P}_y$  son los valores de la precipitación media en las estaciones base y auxiliar respectivamente; en tanto que  $n$  es el número total de parejas  $(x, y)$ .

4. Se construye una gráfica. El eje vertical corresponde al valor del coeficiente de correlación, y el eje horizontal a la distancia entre las estaciones bajo análisis;
5. Se fija un límite mínimo para el coeficiente de correlación y se estima la distancia respectiva;
6. En un mapa de la cuenca se traza un círculo centrado en la estación base, con un valor de radio igual a la distancia obtenida en el inciso anterior. Esto se hace para las diferentes estaciones consideradas en el estudio;
7. Con los círculos trazados en el mapa, se identifican las zonas que no están contenidas. Estas son las zonas que requerirán de la instalación de una estación adicional.

## b) Coeficiente de variación

La densidad de la red de medición se puede calcular utilizando la expresión siguiente (CFE, 1981):

$$N = \left[ \frac{C_v}{\varepsilon} \right]^2$$

(3.15)

donde **N** es el número de estaciones necesarias;  $\varepsilon$  el grado de error admitido en la estimación de la precipitación media, expresado en porcentaje; y **C<sub>v</sub>** es el coeficiente de variación, que es igual a la desviación estándar dividida por el valor de precipitación media.

Cabe mencionar que los métodos se pueden aplicar a precipitaciones asociadas a cualquier duración.

### 3.11. Relación entre las características de una tormenta y su área llovida

Este tipo de relación se mide con las curvas altura de lluvia media-área asociadas a diferentes duraciones, tal como puede observarse en la figura 3.16.

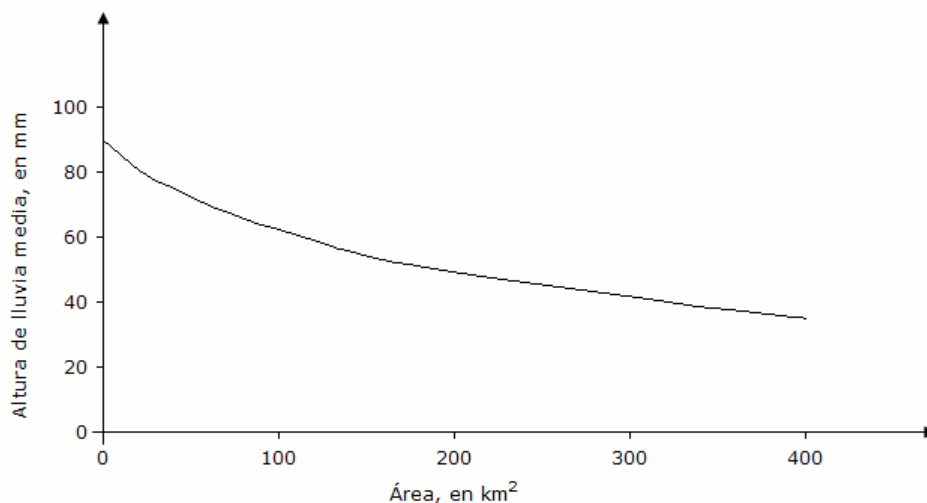


Figura 3.16. Curva altura de lluvia media-área para una duración de 24 h.

Estas curvas describen la variación de la lluvia media a medida que va aumentando el tamaño del área que abarca una tormenta y existen al respecto diversos métodos para determinar las curvas altura de precipitación media-área.

### a) Factor de reducción por área (FRA)

Es la relación de la altura de precipitación media correspondiente a una porción de área ( $A_i$ ) entre la precipitación puntual máxima de la tormenta analizada  $y$ , a partir de este factor, se puede disminuir la lluvia puntual a valores medios asociados a áreas de diferentes magnitudes.

El factor de reducción por área (FRA) se determina con el apoyo de la expresión:

$$FRA = \frac{\bar{h}_{p(A_i)}}{h_{p(A=0)}} \quad (3.16)$$

donde **FRA** es el factor de reducción por área, adimensional;  $\bar{h}_{p(A_i)}$  es la altura de precipitación media asociada a una porción de área  $A_i$ , en mm; y  $h_{p(A=0)}$  es la altura de la precipitación puntual máxima de la tormenta de análisis, en mm.

### b) Fórmulas empíricas

En regiones hidrológicas del planeta donde se tiene información precisa y de buena calidad, se han desarrollado expresiones matemáticas que asocian la precipitación media que ocurre en áreas de diversas magnitudes.

Raudkivi (1979) desarrolló para el oeste de los Estado Unidos la expresión siguiente:

$$FRA = 1 - \exp \left[ -1.1 d^{0.25} \right] + \exp \left[ -1.1 d^{0.25} - 0.01 A \right] \quad (3.17)$$

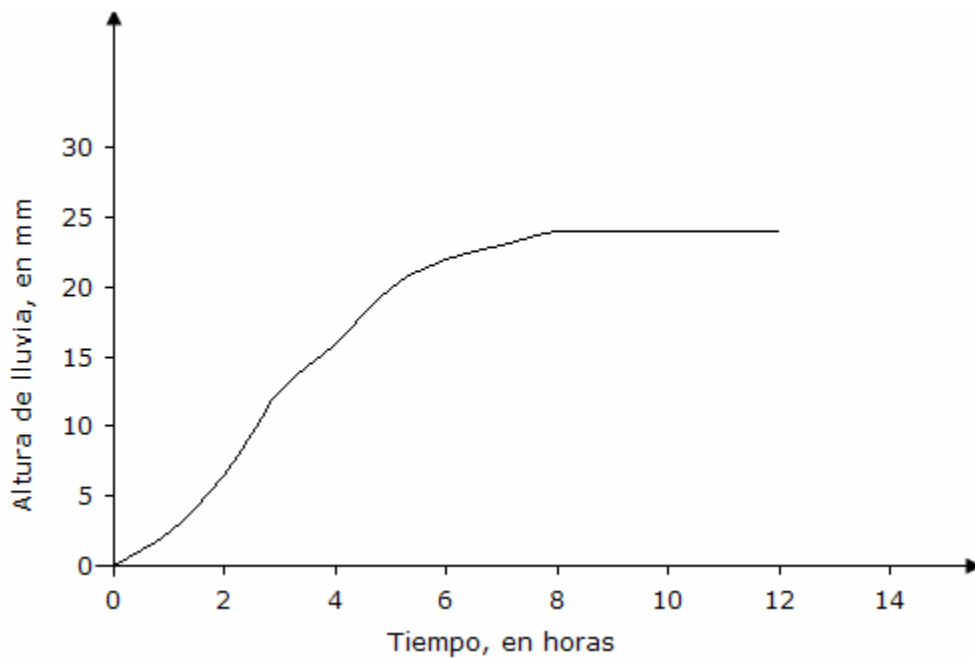
donde **d** es la duración de la tormenta, en horas; y **A** es la magnitud del área de análisis, en  $\text{km}^2$ .

### c) Método de la curva altura de lluvia media-área

Este método consiste en aplicar la metodología que permite determinar la curva altura de lluvia media-área, para una tormenta asociada a una duración determinada.

**Ejemplo 3.1.** Determinar el hietograma de la tormenta para un intervalo de tiempo de  $\Delta t = 1$  hora.

Utilizar la curva masa de precipitación de la tormenta registrada en la estación del Servicio Meteorológico Nacional, ubicada en la Ciudad de México y mostrada en la figura 3.17.



*Figura 3.17. Curva masa de precipitación*

### **Solución:**

a) Se discretiza la curva masa de precipitación para un intervalo de tiempo de 1 hora. La tabla 3.3 indica los resultados obtenidos.

Tabla 3.3. Discretización de la curva masa de precipitación

Tiempo, en horas	Altura de lluvia, en mm	$\Delta p$ , en mm
0	0.0	
1	2.5	2.5
2	6.5	4.0
3	12.5	6.0
4	16.0	3.5
5	20.0	4.0
6	22.0	2.0
7	23.0	1.0
8	24.0	1.0
9	24.0	0.0
10	24.0	0.0
11	24.0	0.0
12	24.0	0.0

b) Posteriormente, con los valores de la tabla 3.3 se construye el hietograma de la tormenta analizada. La figura 3.18 muestra el resultado.

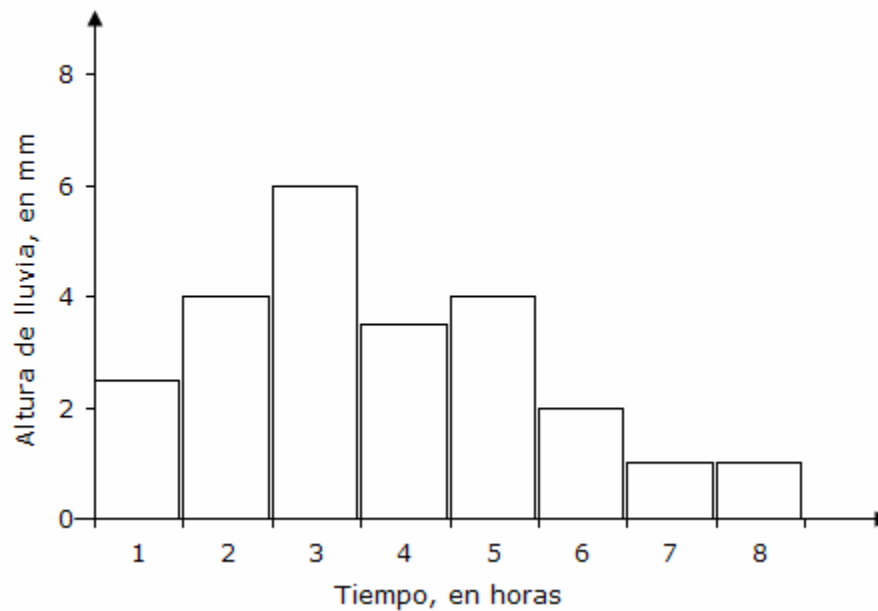


Figura 3.18. Hietograma de la tormenta

**Ejemplo 3.2.** Calcular la altura de precipitación media en una cuenca hidrológica.

Calcular la altura de precipitación media de la cuenca hidrológica mostrada en la figura 3.19, la cual drena un área de 17,350 km<sup>2</sup>. Utilizar el método aritmético, el de los polígonos de Thiessen y el de las isoyetas (Aparicio, 1989).

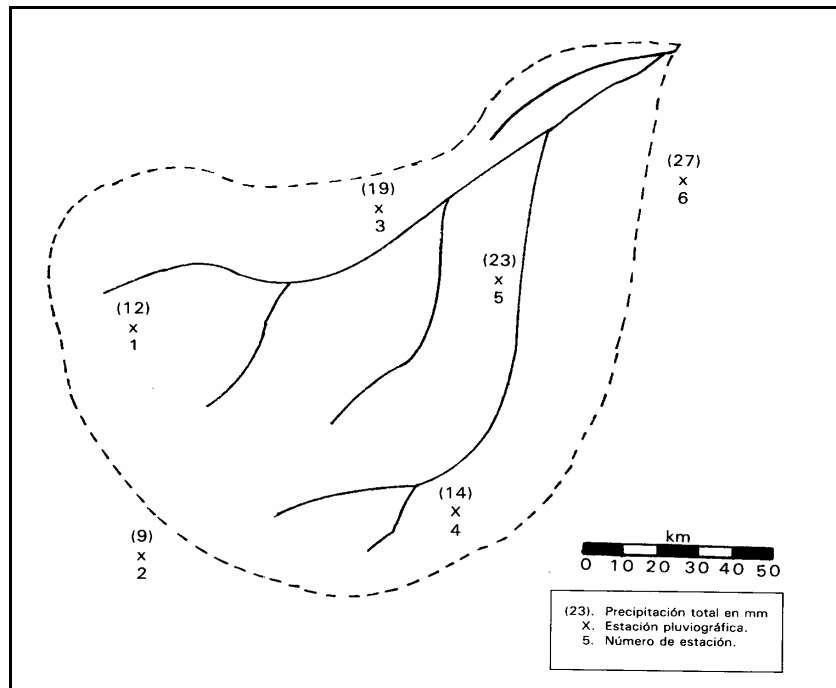


Figura 3.19. Cuenca hidrológica de estudio

**Solución:**

a) Método aritmético

La figura 3.19 muestra la cuenca hidrológica de estudio con la ubicación de 6 estaciones (números 1 a 6) e indicando entre paréntesis los valores de la lluvia registrados.

La altura de precipitación media  $\bar{h}_p$  según la ecuación (3.8) es:

$$\bar{h}_p = \frac{1}{6} (12 + 9 + 19 + 14 + 23 + 27) = 17.33$$

$$\bar{h}_p = 17.33 \text{ mm}$$

### b) Polígonos de Thiessen

La figura 3.20 muestra los polígonos de Thiessen definidos para cada una de las estaciones, mientras que la tabla 3.4 muestra las áreas parciales y el proceso para estimar la precipitación media.

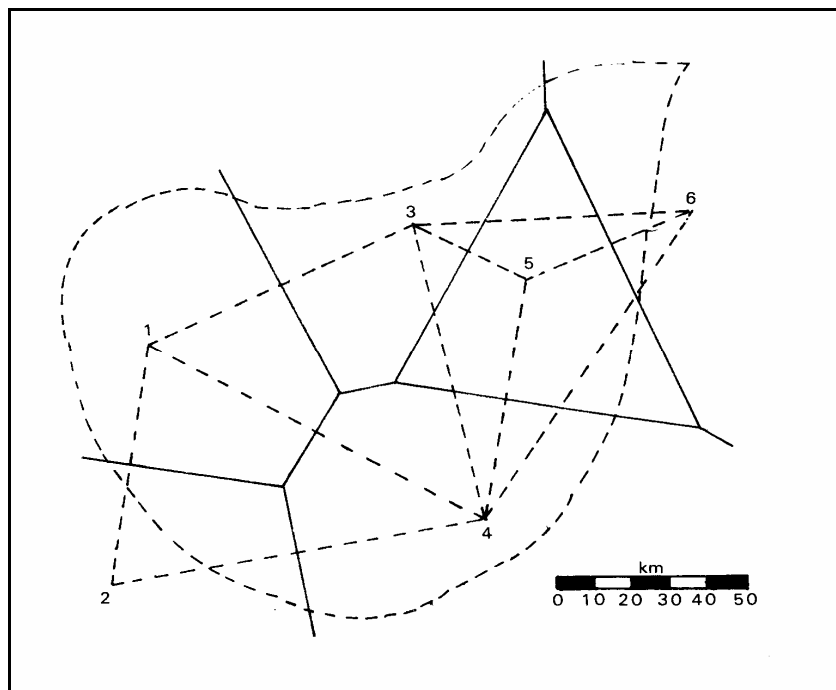


Figura 3.20. Polígonos de Thiessen de las estaciones



Tabla 3.4. Áreas parciales de los polígonos de Thiessen

Estación	$A_i$ , en $\text{km}^2$	$h_{pi}$ , en mm	$(A_i)(h_{pi})$ , en $\text{km}^2 \text{mm}$
1	4,613	12	55,356
2	1,170	9	10,530
3	2,802	19	53,238
4	4,061	14	56,854
5	3,314	23	76,222
6	1,390	27	37,530
Total	17,350		289,730

La altura de precipitación media según la ecuación (3.9) es:

$$\bar{h}_p = \frac{1}{17,350} (289,730) = 16.7 \text{ mm}$$

$$\bar{h}_p = 16.7 \text{ mm}$$

### c) Método de las isoyetas

La figura 3.21 ilustra el trazo de las isoyetas a partir de los datos puntuales de lluvia registrados en las estaciones, mientras que la tabla 3.5 indica las áreas parciales y el proceso para estimar la lluvia media.

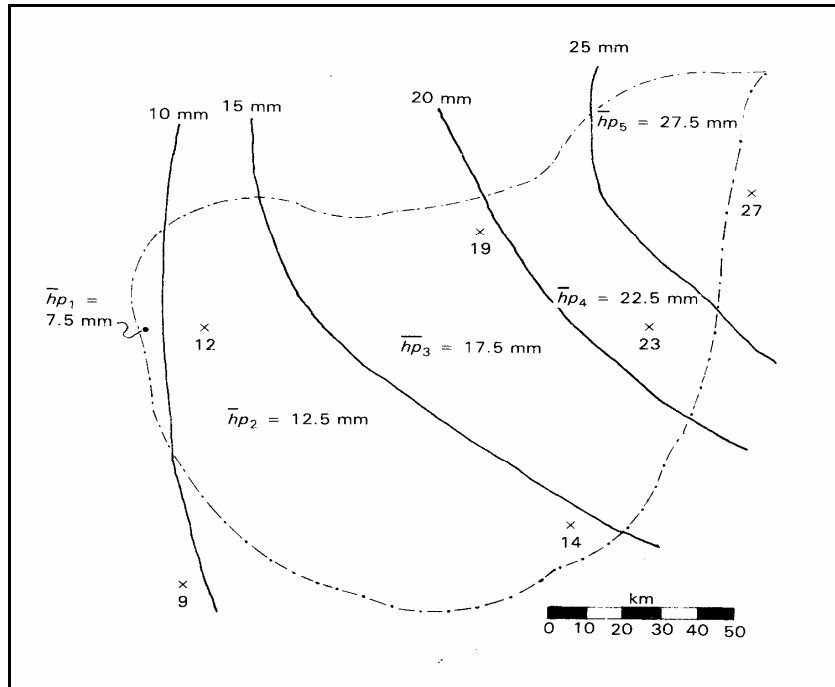


Figura 3.21. Isoyetas de la cuenca hidrológica de estudio

Tabla 3.5. Áreas parciales del método de isoyetas

Isoyetas	$A_i$ , en $\text{km}^2$	$h_{pi}$ , en mm	$(A_i)(h_{pi})$ , en $\text{km}^2\text{mm}$
5 - 10	368	7.5	2,760.0
10 - 15	7,295	12.5	91,187.5
15 - 20	5,452	17.5	95,410.0
20 - 25	2,237	22.5	50,332.5
25 - 30	1,998	27.5	54,945.0
Total	17,350		294,635.0

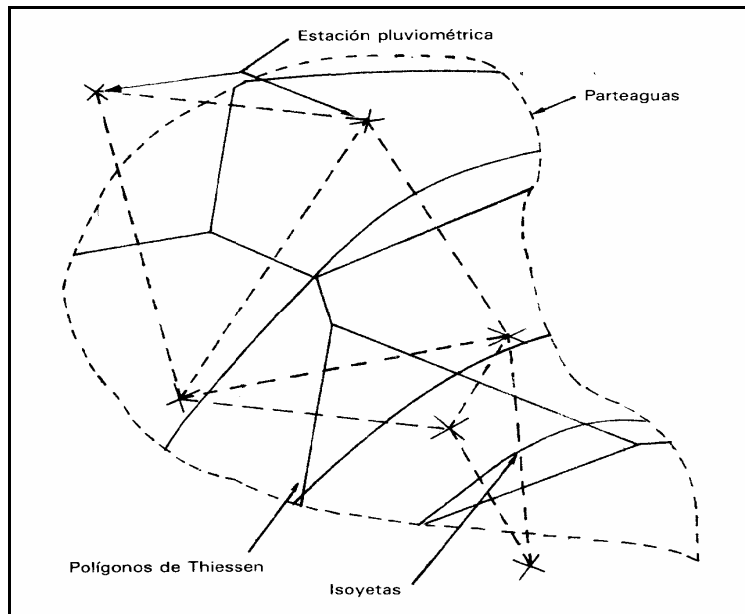
La altura de precipitación media según la ecuación (3.10) es:

$$\bar{h}_p = \frac{1}{17,350} (294,635) = 17.0 \text{ mm}$$

$$\bar{h}_p = 17.0 \text{ mm}$$

**Ejemplo 3.3.** Determinar la curva masa media para la cuenca hidrológica mostrada en la figura 3.22.

Utilizar la tormenta registrada en las 6 estaciones pluviográficas de la cuenca, cuyas curvas masa se muestran en la figura 3.23.



*Figura 3.22. Cuenca de estudio con polígonos de Thiessen e isoyetas*

**Solución:**

- a) Se procede a estimar por el método de los polígonos de Thiessen las áreas de influencia de las 6 estaciones pluviográficas. Los resultados se indican en la tabla 3.4 del ejemplo 3.2.
- b) La tabla 3.6 indica el procedimiento utilizado para estimar la curva masa media de la cuenca sujeta al análisis.

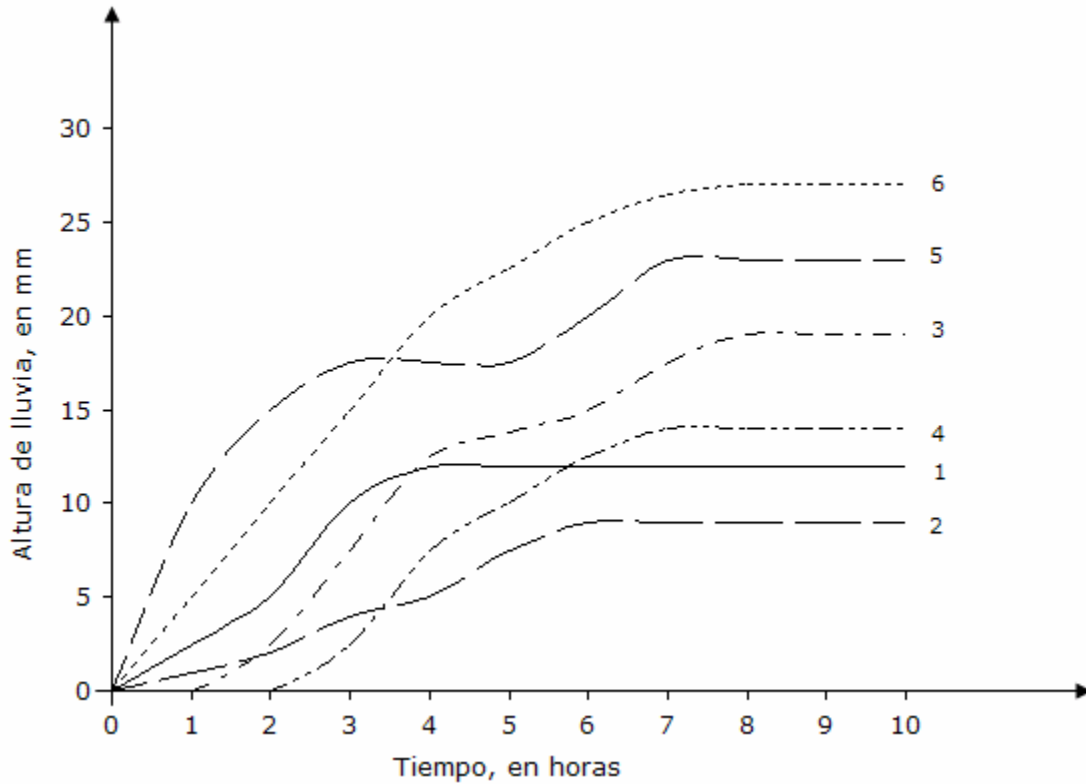


Figura 3.23. Curvas masa de las estaciones pluviográficas

- c) En las columnas (2) a (7) de la tabla están anotados los valores discretizados de la altura de precipitación acumulada de cada estación pluviográfica.
- d) En las columnas (8) a (13) se encuentran los productos del área de influencia ( $A_i$ ) por las alturas de precipitación ( $h_{pi}$ ) de cada estación.
- e) La columna (14) presenta la curva masa media, definida por la relación de la suma de los valores de las columnas (8) a (13) entre el área total de la cuenca.
- f) Para definir la curva masa media ajustada, los valores de la columna (14) se multiplican por el factor de ajuste dado por la ecuación:

$$F_a = \frac{\bar{h}_p \text{ (Isoyetas)}}{\bar{h}_p \text{ (Thiessen)}} = \frac{17.0}{16.7} = 1.01796407$$

- g) La tabla 3.7 muestra los resultados de la curva masa media ajustada.

h) La figura 3.24 muestra la curva masa media ajustada válida para la cuenca sujeta a este análisis.

*Tabla 3.6. Procedimiento para estimar la curva masa media de la cuenca hidrológica de análisis*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
Hora	hp <sub>1</sub> , mm	hp <sub>2</sub> , mm	hp <sub>3</sub> , mm	hp <sub>4</sub> , mm	hp <sub>5</sub> , mm	hp <sub>6</sub> , mm	A <sub>1</sub> hp <sub>1</sub> , mmkm <sup>2</sup>	A <sub>2</sub> hp <sub>2</sub> , mmkm <sup>2</sup>	A <sub>3</sub> hp <sub>3</sub> , mmkm <sup>2</sup>	A <sub>4</sub> hp <sub>4</sub> , mmkm <sup>2</sup>	A <sub>5</sub> hp <sub>5</sub> , mmkm <sup>2</sup>	A <sub>6</sub> hp <sub>6</sub> , mmkm <sup>2</sup>	hp <sub>media</sub> , mm
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0	0	0	0	0	0	0
1	2.5	1.0	0.0	0.0	10.0	5.0	11533	1170	0	0	33140	6950	3.04
2	5.0	2.0	2.5	0.0	15.0	10.0	23065	2340	7005	0	49710	13900	5.53
3	10.0	4.0	7.5	2.5	17.5	15.0	46130	4680	21015	10153	57995	20850	9.27
4	12.0	5.0	12.5	7.5	17.5	20.0	55356	5850	35025	30458	57995	27800	12.25
5	12.0	7.5	13.8	10.0	17.5	22.5	55356	8775	38667.6	40610	57995	31275	13.41
6	12.0	9.0	15.0	12.5	20.0	25.0	55356	10530	42030	50763	66280	34750	14.97
7	12.0	9.0	17.5	14.0	23.0	26.5	55356	10530	49035	56854	76222	36835	16.42
8	12.0	9.0	19.0	14.0	23.0	27.0	55356	10530	53238	56854	76222	37530	16.70
9	12.0	9.0	19.0	14.0	23.0	27.0	55356	10530	53238	56854	76222	37530	16.70
10	12.0	9.0	19.0	14.0	23.0	27.0	55356	10530	53238	56854	76222	37530	16.70

Tabla 3.7. Valores de la curva masa media ajustada

Hora	$hp = (F_a) (hp_{media}),$ mm
0	0.00
1	3.10
2	5.63
3	9.44
4	12.47
5	13.65
6	15.24
7	16.71
8	17.00
9	17.00
10	17.00

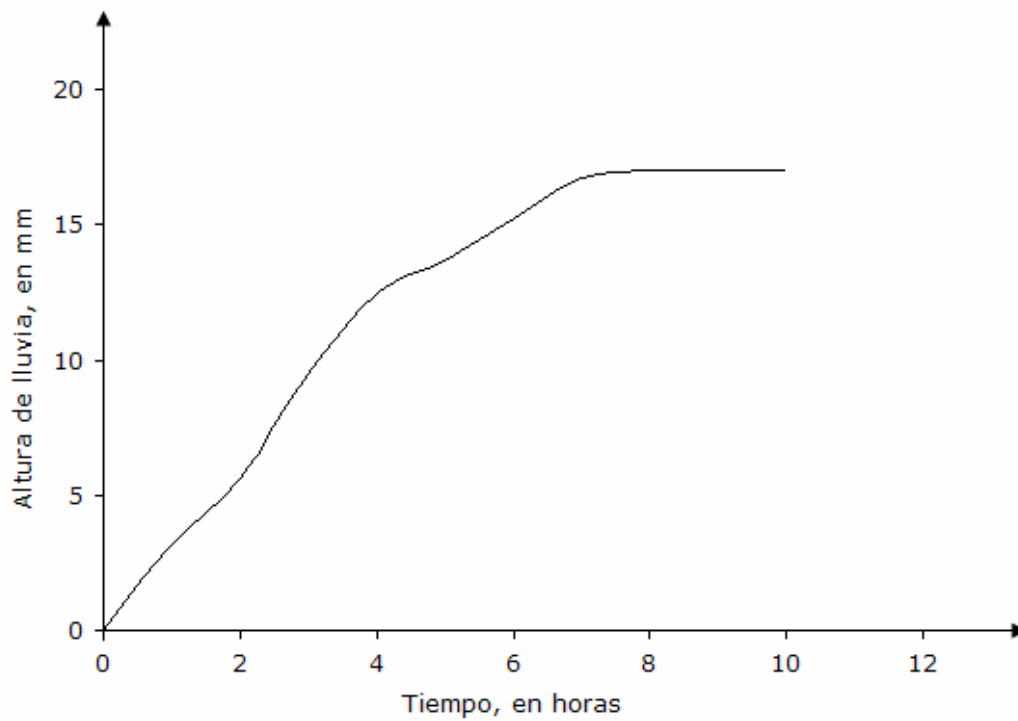


Figura 3.24. Curva masa media ajustada

**Ejemplo 3.4.** Calcular las curvas intensidad-duración-periodo de retorno ( $i-d-Tr$ ) para periodos de retorno de 5, 10, 25 y 50 años, en la estación pluviométrica Departamento del Distrito Federal, D. F.

Utilizar los datos de intensidad máxima de lluvia asociada a las 10 duraciones de registro, indicadas en la tabla 3.8.

**Solución:**

- a) Se procede a estimar las magnitudes de los parámetros  $A_0$ ,  $A_1$  y  $A_2$ , con el apoyo del sistema de ecuaciones (3.6).
- b) La tabla 3.9 indica el procedimiento para determinar las sumas del sistema de ecuaciones (3.6).
- c) Con los valores de las sumatorias señaladas en la tabla 3.8, se obtiene el sistema de ecuaciones siguiente

$$240.000 A_0 + 224.742 A_1 + 832.624 A_2 = 875.884$$

$$224.742 A_0 + 368.951 A_1 + 779.692 A_2 = 885.986$$

$$832.624 A_0 + 779.692 A_1 + 3128.458 A_2 = 2879.486$$

(3.18)

Tabla 3.8 Intensidades máximas de lluvia registradas en la estación pluviométrica Departamento del Distrito Federal, en mm/h

m	Tr, en años	Duración, en minutos									
		5	10	15	20	30	45	60	80	100	120
1	25.00	240.0	147.6	129.6	115.5	85.2	59.9	51.0	38.3	30.6	25.5
2	12.50	234.0	140.4	112.8	105.0	76.0	58.5	44.0	33.5	28.2	23.8
3	8.33	184.8	124.8	110.7	105.0	73.5	52.0	43.0	33.0	27.9	23.6
4	6.25	180.0	122.0	104.0	84.0	62.0	52.0	40.6	32.3	26.4	22.0
5	5.00	177.6	120.0	98.8	81.0	60.0	50.1	39.2	32.0	25.8	21.5
6	4.17	175.2	117.0	89.6	76.5	58.5	45.7	39.1	29.6	23.8	20.0
7	3.57	168.0	112.2	80.0	72.0	58.0	45.2	38.2	29.4	23.6	19.7
8	3.13	156.0	102.0	78.0	69.0	56.2	42.7	33.3	25.1	20.4	17.0
9	2.78	144.0	90.0	72.0	69.0	56.0	40.0	32.0	24.0	19.2	16.0
10	2.50	132.0	90.0	71.5	63.5	48.4	37.9	30.7	23.1	18.5	15.4
11	2.27	128.4	87.6	69.6	61.8	48.0	36.0	28.0	21.0	16.8	14.1
12	2.08	120.0	87.0	66.4	60.0	46.0	32.4	26.0	20.0	16.6	14.0
13	1.92	120.0	84.0	66.0	60.0	44.6	30.7	24.5	18.8	16.0	13.9
14	1.79	117.6	82.5	64.0	57.0	41.0	29.7	24.3	18.6	15.0	13.0
15	1.67	108.0	72.0	58.0	47.0	39.0	27.3	22.6	18.0	15.0	12.5
16	1.56	108.0	69.6	52.0	44.4	36.0	26.6	22.3	17.3	14.0	12.5
17	1.47	96.0	66.0	52.0	42.0	34.0	25.3	21.4	16.8	13.8	12.1
18	1.39	96.0	66.0	49.8	42.0	32.0	24.1	20.6	16.7	13.4	12.0
19	1.32	90.0	63.0	48.0	40.5	31.0	24.0	20.0	16.2	13.2	11.5
20	1.25	84.0	60.6	48.0	39.9	31.0	24.0	20.0	15.8	13.1	11.3
21	1.19	84.0	60.0	44.0	37.5	30.0	23.9	19.0	15.0	12.6	11.0
22	1.14	84.0	54.0	44.0	36.0	28.0	22.6	18.0	14.6	12.2	10.8
23	1.09	75.6	48.0	40.0	36.0	28.0	21.3	17.7	13.8	11.5	10.2
24	1.04	39.6	26.1	22.0	18.0	14.0	11.5	9.7	7.8	7.4	7.2

d) Resolviendo el sistema de ecuaciones (3.18) se obtienen los valores de los parámetros  $A_0$ ,  $A_1$  y  $A_2$ .

$$A_0 = 5.56$$

$$A_1 = 0.42$$

$$A_2 = -0.66$$

e) Finalmente se obtienen los valores de los parámetros  $k$ ,  $m$  y  $n$ .

$$k = 259.823$$

$$m = 0.42$$

$$n = 0.66$$

f) Sustituyendo los valores de  $k$ ,  $m$  y  $n$  en la ecuación (3.3), se define la expresión de las curvas intensidad-duración-periodo de retorno ( $i-d-T_r$ ):



$$i = \frac{259.823 \text{ Tr}^{0.42}}{d^{0.66}}$$

(3.19)

g) La figura 3.25 indica las curvas intensidad-duración-periodo de retorno para diferentes periodos de retorno, estimadas a partir del método de regresión múltiple, para la estación pluviométrica Departamento del Distrito Federal, D. F.

Tabla 3.9. Procedimiento para determinar las sumas del sistema de ecuaciones (3.6)

n	Y Ln i	X <sub>1</sub> Ln T <sub>r</sub>	X <sub>2</sub> Ln d	(X <sub>1</sub> ) <sup>2</sup>	(X <sub>2</sub> ) <sup>2</sup>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> Y	X <sub>2</sub> Y
1	5.481	3.219	1.609	10.361	2.590	5.181	17.641	8.821
2	5.455	2.526	1.609	6.379	2.590	4.065	13.779	8.780
3	5.219	2.120	1.609	4.496	2.590	3.412	11.066	8.400
4	5.193	1.833	1.609	3.358	2.590	2.949	9.517	8.358
5	5.180	1.609	1.609	2.590	2.590	2.590	8.336	8.336
6	5.166	1.427	1.609	2.037	2.590	2.297	7.372	8.314
7	5.124	1.273	1.609	1.620	2.590	2.049	6.523	8.247
8	5.050	1.139	1.609	1.298	2.590	1.834	5.754	8.127
9	4.970	1.022	1.609	1.044	2.590	1.644	5.077	7.999
10	4.883	0.916	1.609	0.840	2.590	1.475	4.474	7.859
11	4.855	0.821	1.609	0.674	2.590	1.321	3.986	7.814
12	4.787	0.734	1.609	0.539	2.590	1.181	3.514	7.705
13	4.787	0.654	1.609	0.428	2.590	1.052	3.131	7.705
14	4.767	0.580	1.609	0.336	2.590	0.933	2.764	7.673
15	4.682	0.511	1.609	0.261	2.590	0.822	2.392	7.536
16	4.682	0.446	1.609	0.199	2.590	0.718	2.090	7.536
17	4.564	0.386	1.609	0.149	2.590	0.621	1.760	7.346
18	4.564	0.329	1.609	0.108	2.590	0.529	1.499	7.346
19	4.500	0.274	1.609	0.075	2.590	0.442	1.235	7.242
20	4.431	0.223	1.609	0.050	2.590	0.359	0.989	7.131
21	4.431	0.174	1.609	0.030	2.590	0.281	0.773	7.131
22	4.431	0.128	1.609	0.016	2.590	0.206	0.566	7.131
23	4.325	0.083	1.609	0.007	2.590	0.134	0.361	6.962
24	3.679	0.041	1.609	0.002	2.590	0.066	0.150	5.921
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
239	2.322	0.083	4.787	0.007	22.920	0.399	0.194	11.117
240	1.974	0.041	4.787	0.002	22.920	0.195	0.081	9.451
Sumas	875.884	224.742	832.624	368.951	3128.458	779.692	885.986	2879.486

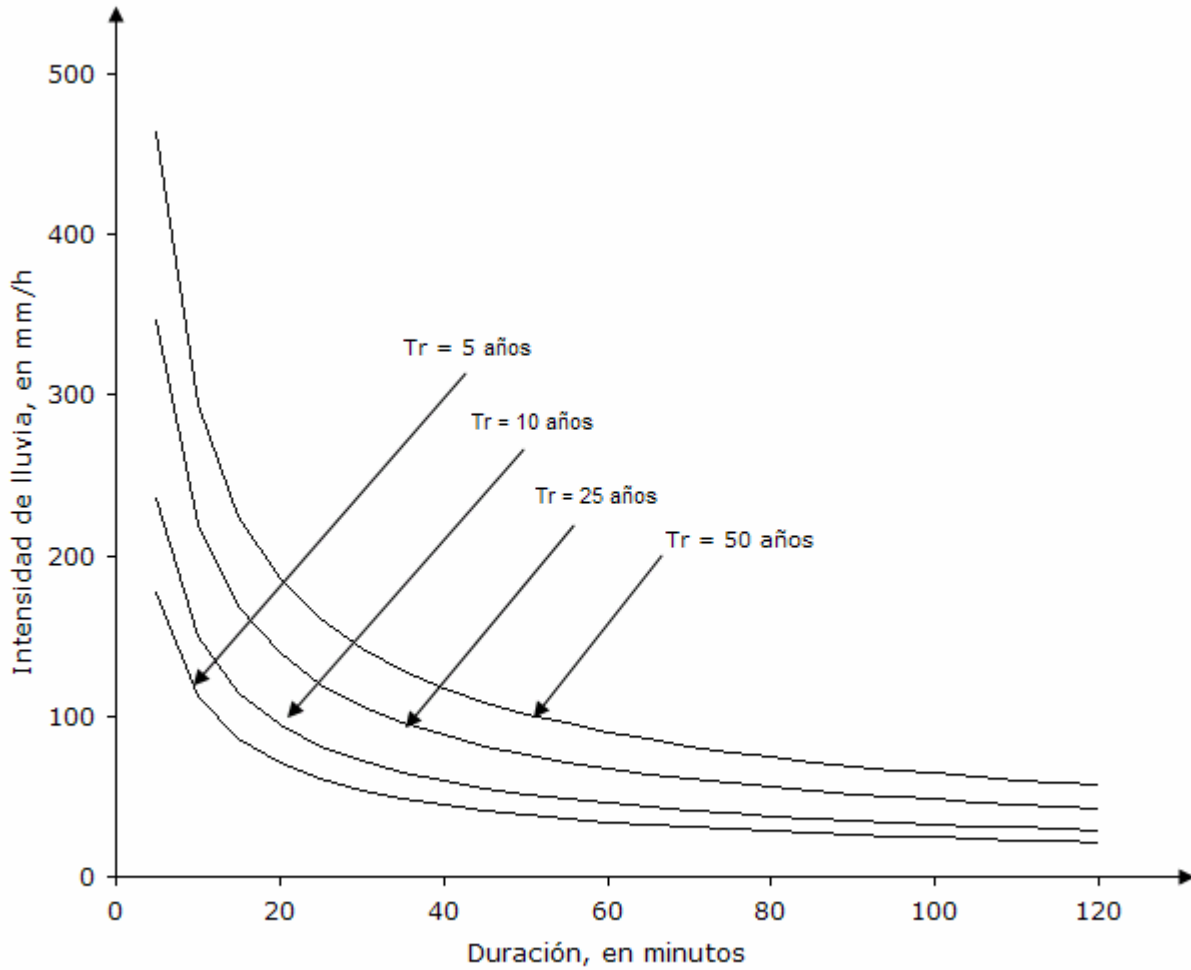


Figura 3.25. Curvas intensidad-duración-periodo de retorno de la estación pluviográfica Departamento de Distrito Federal

**Ejemplo 3.5.** Calcular la curva altura de lluvia media-área para una tormenta convectiva y el factor de reducción por área (FRA) correspondiente.

Utilizar la tormenta convectiva asociada a una duración de 24 h, registrada el 24 de agosto de 1974 en el Valle de México. La figura 3.36 muestra un esquema discretizado de su distribución en la cuenca de análisis.

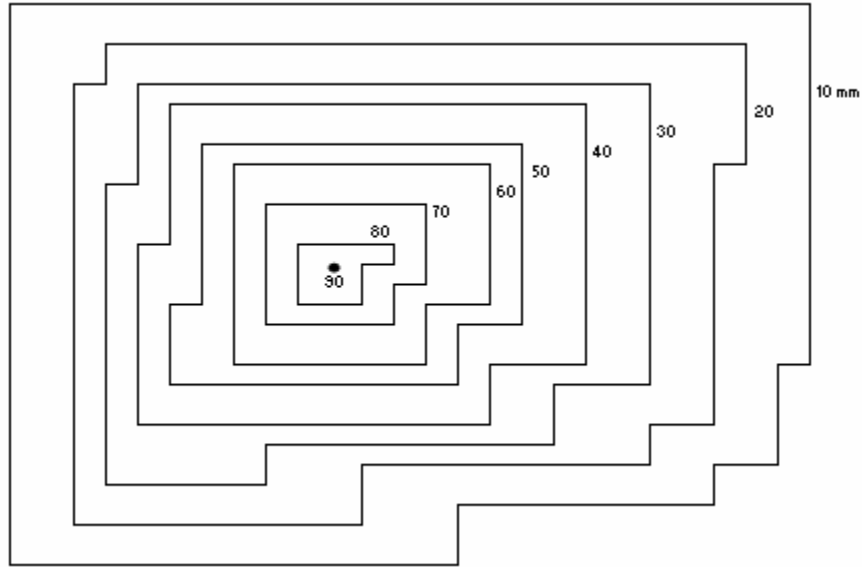


Figura 3.26. Tormenta convectiva discretizada asociada a una duración de 24 horas

**Solución:**

a) Con el apoyo de la tormenta convectiva se procede a estimar las áreas parciales y las acumuladas entre dos isoyetas consecutivas. Los resultados se presentan en la tabla 3.10.

Tabla 3.10. Áreas parciales y acumuladas de la tormenta convectiva, en  $\text{km}^2$

Isoyeta, en mm	Áreas parciales, en $\text{km}^2$	Áreas acumuladas, en $\text{km}^2$
90 - 80	10	10
80 - 70	15	25
70 - 60	25	50
60 - 50	30	80
50 - 40	42	122
40 - 30	45	167
30 - 20	180	347
20 - 10	105	452

b) Se calcula para cada porción de área asociada entre dos isoyetas adyacentes, la altura de lluvia media con el procedimiento siguiente:

$$\text{Si } A = 0 \text{ km}^2 ; \quad \bar{h}_p = 90 \text{ mm}$$

$$\text{Si } A = 10 \text{ km}^2 ; \quad \bar{h}_p = \frac{90 + 80}{2} = 85.0 \text{ mm}$$

$$\text{Si } A = 25 \text{ km}^2 ; \quad \bar{h}_p = \frac{15 (75) + 10 (85)}{25} = 79.0 \text{ mm}$$

$$\text{Si } A = 50 \text{ km}^2 ; \quad \bar{h}_p = \frac{25 (65) + 25 (79)}{50} = 72.0 \text{ mm}$$

$$\text{Si } A = 80 \text{ km}^2 ; \quad \bar{h}_p = \frac{30 (55) + 50 (72)}{80} = 65.6 \text{ mm}$$

$$\text{Si } A = 122 \text{ km}^2 ; \quad \bar{h}_p = \frac{42 (45) + 80 (65.6)}{122} = 58.5 \text{ mm}$$

$$\text{Si } A = 167 \text{ km}^2 ; \quad \bar{h}_p = \frac{45 (35) + 122 (58.5)}{167} = 52.2 \text{ mm}$$

$$\text{Si } A = 347 \text{ km}^2 ; \quad \bar{h}_p = \frac{180 (25) + 167 (52.2)}{347} = 38.1 \text{ mm}$$

$$\text{Si } A = 452 \text{ km}^2 ; \quad \bar{h}_p = \frac{105 (15) + 347 (38.1)}{452} = 32.7 \text{ mm}$$

c) Se construye la curva altura de lluvia media-área con los datos anteriores. El resultado se muestra en la figura 3.27.

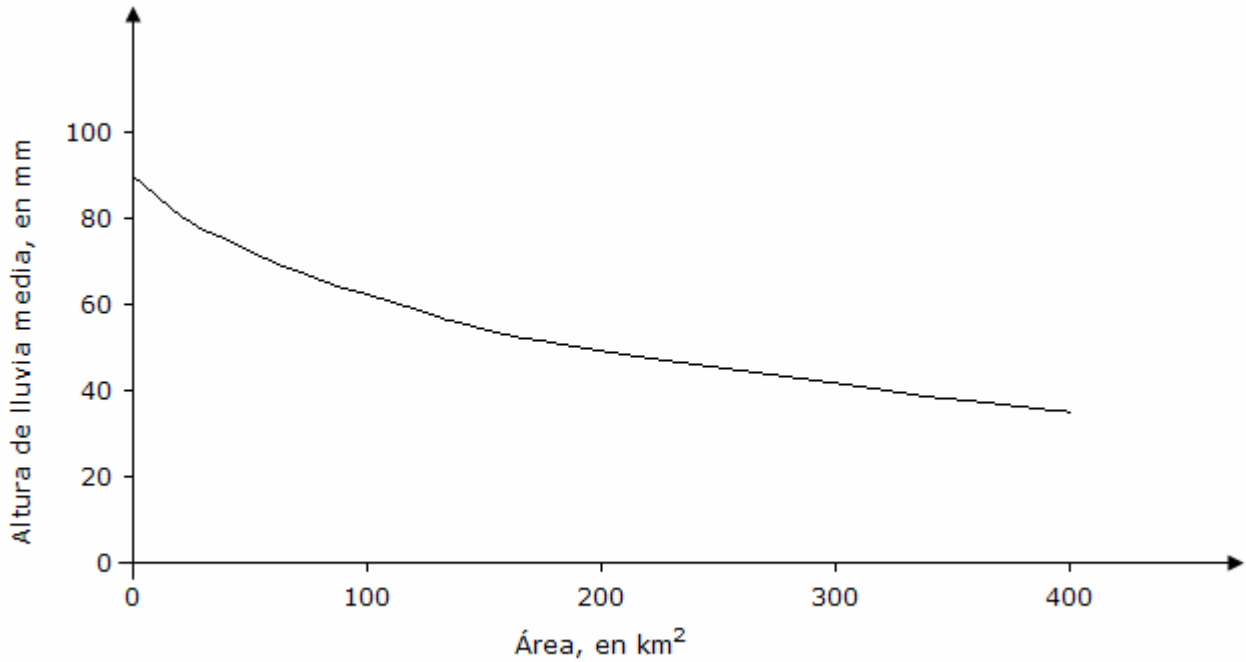


Figura 3.27. Curva altura de lluvia media-área de la tormenta convectiva

d) Se calcula el Factor de Reducción por Área (FRA) con el procedimiento indicado en la tabla 3.11.

Tabla 3.11. Procedimiento para estimar el Factor de Reducción por Área (FRA)

Área acumulada, en km <sup>2</sup>	$\bar{h}_p$ , en mm	FRA = $\bar{h}_p/90$
0	90.0	1.00
10	85.0	0.94
25	79.0	0.88
50	72.0	0.80
80	65.6	0.73
122	58.5	0.65
167	52.2	0.58
347	38.1	0.42
452	32.7	0.36

e) Con los resultados de la tabla 3.11 se construye la curva del Factor de Reducción por Área (FRA) para la tormenta analizada lo que se indica en la figura 3.28.

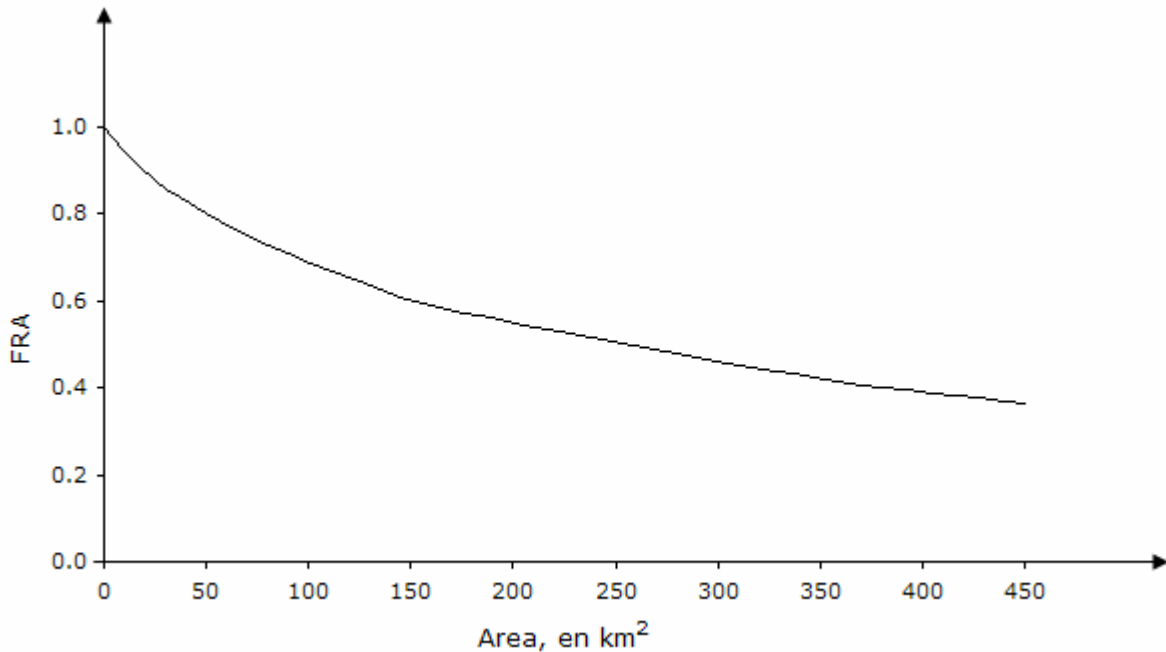


Figura 3.28. Factor de Reducción por Área (FRA) de una tormenta convectiva para una duración de 24 horas en el Valle de México

**Ejemplo 3.6.** Calcular las curvas altura de precipitación-área-duración ( $h_p$ -A-d).

El procedimiento para estimar las curvas altura de precipitación-área-duración abarca varias etapas y previamente se han realizado diversos estimaciones preliminares con la información disponible en la cuenca sujeta a este análisis.

La cuenca hidrológica de estudio tiene una superficie de 7,345 km<sup>2</sup>, hay en su zona de captación 6 pluviógrafos y se ha seleccionado una tormenta asociada a una duración de 24 horas, evento hidrológico característico de precipitaciones ciclónicas.

Con los datos de lluvia registrados en las estaciones se trazaron las isoyetas y en la figura 3.29 se observa su distribución en la cuenca de estudio. Asimismo, se trazaron los polígonos de Thiessen con el apoyo de las seis estaciones pluviográficas. En la figura 3.30 se ilustra los polígonos irregulares de los pluviógrafos.

Por otra parte, la tabla 3.12 presenta las curvas masa de precipitación de los 6 pluviógrafos en intervalos de 6 horas, mientras que la tabla 3.13 indica los valores de las áreas de los polígonos de Thiessen y de las alturas de precipitación para una duración de 24 horas.

Finalmente, la tabla 3.14 presenta los resultados que se obtuvieron al calcular la altura de lluvia media-área del plano de isoyetas ya mencionada.

*Tabla 3.12. Curvas masa de precipitación, en mm del ejemplo 3.6*

Pluviógrafo	Duración, en horas				
	0	6	12	18	24
A	0	23	49	97	144
B	0	15	40	57	102
C	0	5	22	40	54
D	0	14	32	63	64
E	0	0	9	38	53
F	0	0	21	43	43

*Tabla 3.13. Área de los polígonos de Thiessen y precipitación total en 24 horas del ejemplo 3.6*

Estación	$h_p$ , en mm	Área polígono de Thiessen, en $\text{km}^2$
A	144	887
B	102	1,494
C	54	1,244
D	64	1,888
E	53	837
F	43	995



Tabla 3.14. Estimación de la altura de precipitación media-área para el plano de isoyetas de la figura 3.29 del ejemplo 3.6

(1) Isoyeta	(2) Area total, km <sup>2</sup>	(3) Area parcial, km <sup>2</sup>	(4) h <sub>p</sub> media entre isoyetas, mm	(5) (3)x(4)	(6) Incremento acumulado	(7) h <sub>p</sub> media, en mm (6)/(2)
140	335	335	150.0	50,250	50,250	150.0
120	732	397	130.0	51,610	101,860	139.2
100	1,334	602	110.0	66,220	168,080	126.0
80	2,476	1142	90.0	102,780	270,860	109.4
60	4,143	1667	70.0	116,690	387,550	93.5
40	6,546	2403	50.0	120,150	507,700	77.6
35	7,345	799	37.5	29,963	537,663	73.2

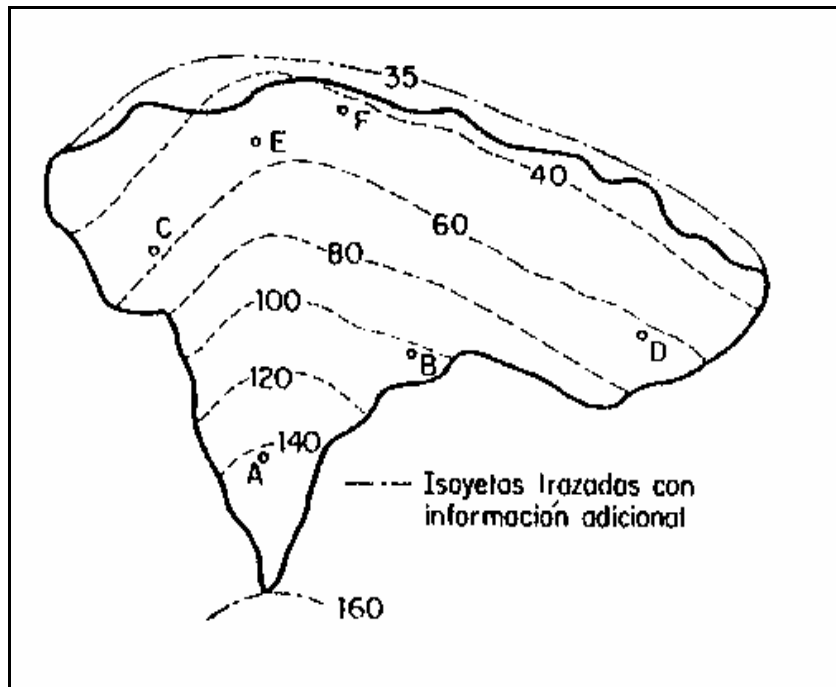


Figura 3.29. Plano de isoyetas del ejemplo 3.6

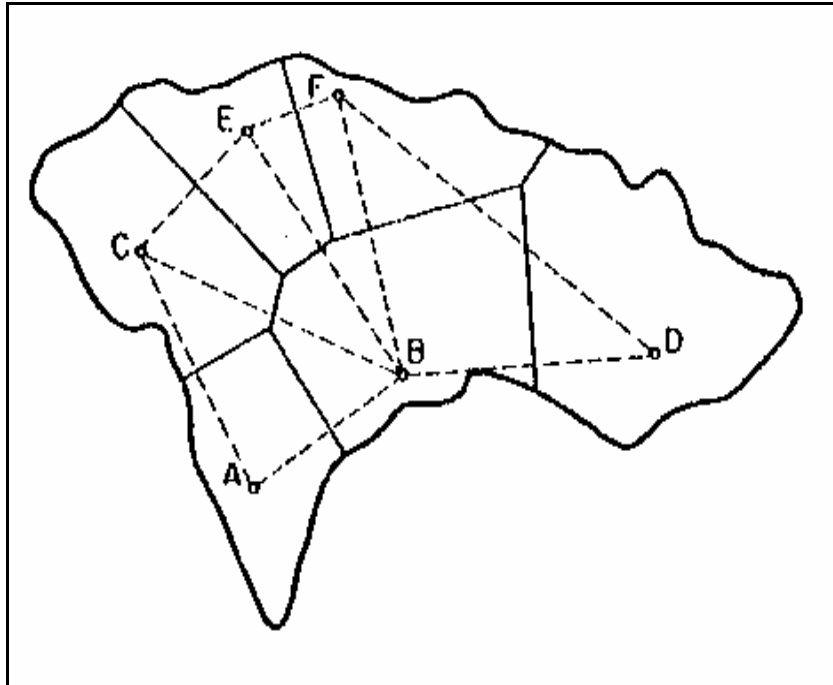


Figura 3.30. Polígonos irregulares de los pluviógrafos del ejemplo 3.6

**Solución:**

- a) El cálculo de las curvas altura de precipitación-área-duración comienza con la isoyeta de mayor magnitud. La información que se presenta en la tabla 3.14 columnas 1 (isoyeta), 2 (área total) y 7 (altura de precipitación media), se vacía en las tres primeras columnas de la tabla 3.15.
- b) Se calcula el porcentaje de influencia de las estaciones al superponer los planos que contienen las isoyetas y los polígonos de Thiessen. El porcentaje se obtiene al dividir el área del polígono cubierta por la isoyeta correspondiente entre el área total encerrada ( $A_i$ ), tal como puede observarse en la figura 3.31. Este cálculo se efectúa para cada estación que tenga influencia en esa área y su resultado se pone en la columna 5 de la tabla 3.15.
- c) Se calcula la altura de precipitación media con el método de Thiessen (columna 6 de la tabla 3.15), al multiplicar los valores de la altura de precipitación de la tabla 3.14 (columna 7) por el porcentaje de influencia calculado en el paso anterior. Para ilustrar este proceso se presenta el cálculo para estimar la precipitación media por el método de Thiessen para las isoyetas de 140, 120, 100 y 80 mm.

Isoyeta 140 mm,	$hp_A = 144 (1.0) = 144.0 \text{ mm}$ $hp_m = hp_A = 144.0 \text{ mm}$
Isoyeta 120 mm,	$hp_A = 144 (0.95) = 136.8 \text{ mm}$ $hp_B = 102 (0.05) = 5.1 \text{ mm}$ $hp_m = hp_A + hp_B = 141.9 \text{ mm}$
Isoyeta 100 mm,	$hp_A = 144 (0.67) = 96.5 \text{ mm}$ $hp_B = 102 (0.30) = 30.6 \text{ mm}$ $hp_C = 54 (0.03) = 1.6 \text{ mm}$ $hp_m = hp_A + hp_B + hp_C = 128.7 \text{ mm}$
Isoyeta 80 mm,	$hp_A = 144 (0.36) = 51.8 \text{ mm}$ $hp_B = 102 (0.41) = 41.8 \text{ mm}$ $hp_C = 54 (0.13) = 7.1 \text{ mm}$ $hp_D = 64 (0.08) = 5.1 \text{ mm}$ $hp_E = 53 (0.02) = 1.1 \text{ mm}$ $hp_m = hp_A + hp_B + hp_C + hp_D + hp_E = 106.9 \text{ mm}$

d) Se obtiene la altura de precipitación, para intervalos de 6 horas, con el apoyo de la tabla 3.12 para cada estación pluviográfica. Los resultados se observan en la columna 8 de la tabla 3.15.

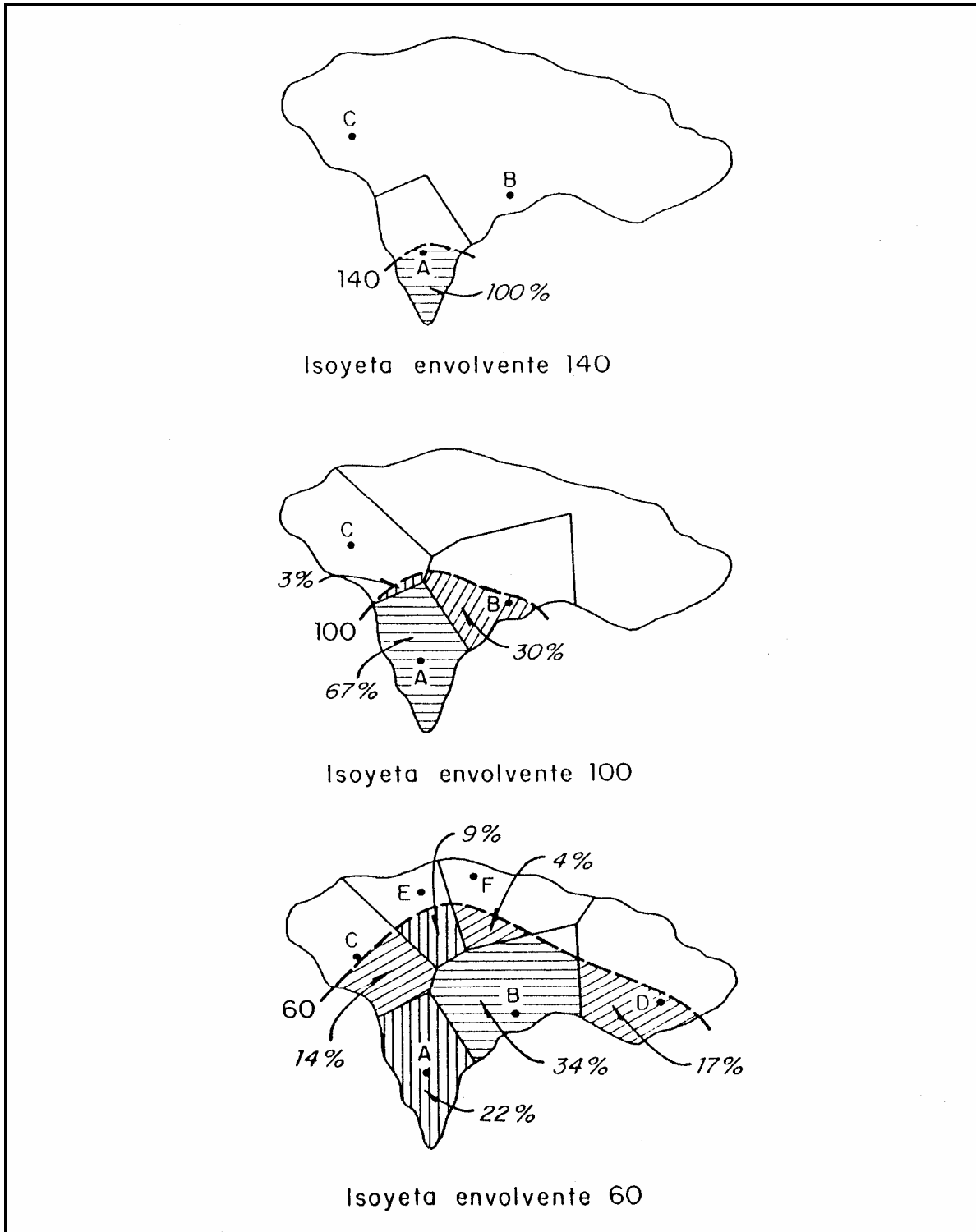


Figura 3.31. Estaciones que quedan comprendidas dentro de las isoyetas 60, 100 y 140 mm, respectivamente, superponiendo el plano de polígonos de Thiessen

- e) Se obtiene la curva masa media (CMM) al sumar las alturas de precipitación para cada intervalo, multiplicadas por el porcentaje de influencia de cada estación (columna 8 de la tabla 3.15).

Los valores de la CMM para la isoyeta de 120 mm son:

$$D_{6h} = 23 (0.95) + 15 (0.05) = 21.9 + 0.7 = 22.6 \text{ mm}$$

$$D_{12h} = 49 (0.95) + 40 (0.05) = 46.6 + 2.0 = 48.6 \text{ mm}$$

$$D_{18h} = 97 (0.95) + 57 (0.05) = 92.1 + 2.9 = 95.0 \text{ mm}$$

$$D_{24h} = 144 (0.95) + 102 (0.05) = 136.8 + 5.1 = 141.9 \text{ mm}$$

- f) Se calcula el factor de ajuste (FA) dividiendo la altura de precipitación media ( $h_{pm}$ ), obtenida por el método de las isoyetas (columna 2), entre la obtenida con el método de los polígonos de Thiessen (columna 6). El resultado obtenido se puede observar en la columna 7 de la tabla 3.15.
- g) Se calcula la curva masa media ajustada (CMMA) al multiplicar el factor de ajuste (FA) por los valores de la curva masa media (CMM). Es decir  $CMMA = CMM (FA)$  y sus resultados se indica en la columna 8 de la tabla 3.15.
- h) Se obtienen las relaciones de la altura de precipitación máxima. Para llevar a cabo este proceso se procede de la forma siguiente:
- 1) Se calcula el incremento ajustado de precipitación (IA) con los valores de la curva masa media ajustada (CMMA).

Por ejemplo, para el caso de la isoyeta de 60 mm se obtienen los valores:

$$\text{Entre las 0 h y las 6 h,} \quad \Delta P = 13.5 - 0.0 = 13.5 \text{ mm}$$

$$\text{Entre las 6 h y las 12 h,} \quad \Delta P = 35.4 - 13.5 = 21.9 \text{ mm}$$

$$\text{Entre las 12 h y las 18 h,} \quad \Delta P = 63.7 - 35.4 = 28.3 \text{ mm}$$

$$\text{Entre las 18 h y las 24 h,} \quad \Delta P = 93.5 - 63.7 = 29.8 \text{ mm}$$

- 2) Se ordenan los incrementos (IA) de mayor a menor, independientemente de la hora, siempre y cuando, se respete que el intervalo de tiempo entre un intervalo y el otro sea adyacente. Por ejemplo, supóngase que para la isoyeta de 60 mm los incrementos para intervalos de 6 horas hubieran sido 21.9, 13.5, 28.3 y 29.8; el incremento máximo a una duración de 18 horas sería igual a la suma de  $29.8 + 28.3 + 13.5 = 71.6 \text{ mm}$  y no la suma de  $29.8 + 28.3 + 21.9$

= 80.0 mm, ya que no se estaría cumpliendo con el intervalo de tiempo adyacente.

- 3) Se calcula la precipitación máxima (PMD) para cada duración acumulando los valores del paso 2; por ejemplo, para la misma isoyeta de 60 mm, se tiene que las precipitaciones máximas para las duraciones de 6, 12, 18 y 24 horas son:

Para 6 h,  $PMD = 29.8 \text{ mm}$

Para 12 h,  $PMD = 29.8 + 28.3 = 58.1 \text{ mm}$

Para 18 h,  $PMD = 29.8 + 28.3 + 21.9 = 80.0 \text{ mm}$

Para 24 h,  $PMD = 29.8 + 28.3 + 21.9 + 13.5 = 93.5 \text{ mm}$

- 4) Los cálculos obtenidos se encuentran en la tabla 3.16 y los datos que aparecen en ella (A, D y PMD) se dibujan en papel semilogarítmico u otra escala y luego se traza una curva envolvente a ellos para duraciones comunes de 6, 12, 18 y 24 horas. Estas envolventes corresponden a las curvas altura de precipitación-área-duración, las cuales se muestran en la figura 3.32.

Tabla 3.16. Valores de las precipitaciones máximas para las duraciones de 6, 12, 18 y 24 horas

Isoyeta envolvente			Descripción	Duración (D), en horas			
Isoyeta	hpm, en mm	A, en km <sup>2</sup>		6	12	18	24
140	150.0	335	IA	24.0	27.0	50.0	49.0
			IAO	50.0	49.0	27.0	24.0
			PMD	50.0	99.0	126.0	150.0
120	139.2	732	IA	22.2	25.5	45.5	46.0
			IAO	46.0	45.5	25.5	22.2
			PMD	46.0	91.5	117.0	139.2
100	126.0	1334	IA	19.7	24.8	37.1	44.4
			IAO	44.4	37.1	24.8	19.7
			PMD	44.4	81.5	106.3	126.0
80	109.4	2476	IA	16.7	23.8	30.4	38.5
			IAO	38.5	30.4	23.8	16.7
			PMD	38.5	68.9	92.7	109.4
60	93.5	4143	IA	13.5	21.9	28.3	29.8
			IAO	29.8	28.3	21.9	13.5
			PMD	29.8	58.1	80.0	93.5
40	77.6	6546	IA	10.7	19.7	26.5	20.7
			IAO	26.5	20.7	19.7	10.7
			PMD	26.5	47.2	66.9	77.6
35	73.2	7345	IA	10.0	19.0	25.8	18.0
			IAO	25.8	19.0	18.4	10.0
			PMD	25.8	44.8	63.2	73.2

Tabla 3.15. Valores de altura de precipitación-área-duración

Isoyeta envolvente			(4)	(5)	(6)	(7)	Duración (D) , en horas			
(1)	(2)	(3)					(8)			
Isoyeta	$h_{pm}$ , en mm	A, en km <sup>2</sup>	Estación	Porcentaje influencia, %	Método de Thiessen, mm	FA (2)/(6)	6	12	18	24
140	150	335	A	100	144	1.042	23.0	49.0	97.0	144.0
			CMM				23.0	49.0	97.0	144.0
			CMMA				24.0	51.0	101.0	150.0
120	139.2	732	A	95	141.9	0.981	23.0	49.0	97.0	144.0
			B	5			15.0	40.0	57.0	102.0
			CMM				22.6	48.6	95.0	141.9
			CMMA				22.2	47.7	93.2	139.2
100	126.0	1334	A	67	128.7	0.979	23.0	49.0	97.0	144.0
			B	30			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	3			5.0	22.0	40.0	54.0
			CMM				20.1	45.5	83.3	128.7
			CMMA				19.7	44.5	81.6	126.0
80	109.4	2476	A	36	106.9	1.024	23.0	49.0	97.0	144.0
			B	41			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	13			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	8			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	2			0.0	9.0	38.0	53.0
			CMM				16.3	39.6	69.3	106.9
			CMMA				16.7	40.6	71.0	109.5
60	93.5	4143	A	22	91.3	1.024	23.0	49.0	97.0	144.0
			B	34			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	14			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	17			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	9			0.0	9.0	38.0	53.0
			F	4			0.0	21.0	43.0	43.0
			CMM				13.2	34.6	62.2	91.3
			CMMA				13.5	35.4	63.7	93.5
40	77.6	6546	A	14	78.5	0.989	23.0	49.0	97.0	144.0
			B	23			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	15			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	24			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	11			0.0	9.0	38.0	53.0
			F	13			0.0	21.0	43.0	43.0
			CMM				10.8	30.8	57.6	78.5
			CMMA				10.7	30.5	57.0	77.6
35	73.2	7345	A	12	75.4	0.971	23.0	49.0	97.0	144.0
			B	20			15.0	40.0	57.0	102.0
			C	17			5.0	22.0	40.0	54.0
			D	26			14.0	32.0	63.0	64.0
			E	11			0.0	9.0	38.0	53.0
			F	14			0.0	21.0	43.0	43.0
			CMM				10.3	29.9	56.4	75.4
			CMMA				10.0	29.0	54.8	73.2



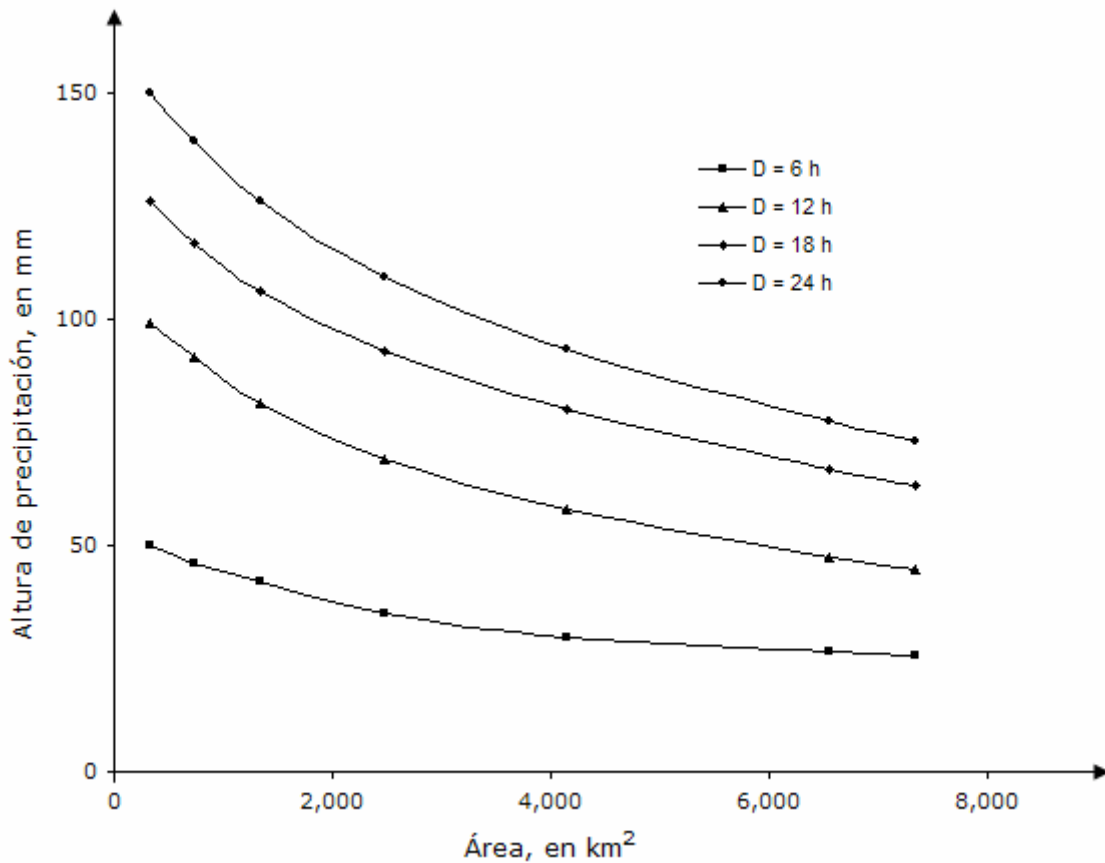


Figura 3.32. Curvas altura de precipitación-área-duración

**Ejemplo 3.7.** Verificar si los registros de lluvia de la estación Tepames, en el estado de Colima, ha experimentado cambios sustanciales durante su periodo de registro.

Utilizar para el análisis las estaciones auxiliares de Buenavista, Coquimatlán e Ixtlahuacán ubicadas en las inmediaciones de la estación que se estudia.

**Solución:**

- a) La tabla 3.17 presenta el proceso para determinar la curva masa doble: en las columnas 2 a 4 se indican las alturas de lluvia anual de las tres estaciones auxiliares; en la columna 5 se presenta la suma de la lluvia anual registrada en las tres estaciones; la columna 6 indica el promedio de la lluvia anual; en la columna 7 se observa la lluvia anual media acumulada; las columnas 8 y 9 muestran el registro de lluvia de la

estación sujeta a este estudio y su lluvia anual acumulada; la columna 10 indica la lluvia anual corregida en la estación.

- b) La figura 3.33 muestra la gráfica obtenida a partir de la lluvia anual media acumulada (columna 7 de la tabla 3.19) y la lluvia anual acumulada (columna 9 de la tabla 3.17).

*Tabla 3.17. Cálculo de la curva masa doble*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Año	Altura de lluvia anual, en mm			Lluvia anual, en mm			Estacion Tepames		
	Estación	Estación	Estación	Suma tres	Media	Media	Lluvia anual, en mm		
	Buenavista	Coquimatlán	Ixtlahuacán				estaciones	acumulada	Registrada
1	914	857	1,426	3,197	1,066	1,066	1,168	1,168	1,168
2	888	532	741	2,161	720	1,786	755	1,923	755
3	1,082	808	916	2,805	935	2,721	760	2,682	760
4	1,035	931	1,065	3,031	1,010	3,731	1,088	3,770	1,088
5	1,255	984	696	2,935	978	4,710	1,272	5,043	1,272
6	1,178	848	394	2,419	806	5,516	651	5,693	651
7	1,702	948	893	3,543	1,181	6,697	360	6,053	586
8	1,208	890	1,087	3,185	1,062	7,759	1,151	7,204	1,874
9	1,018	848	836	2,702	901	8,659	715	7,919	1,164
10	731	746	598	2,075	692	9,351	509	8,428	828
11	1,057	766	1,337	3,160	1,053	10,404	603	9,031	982
12	952	1,096	1,547	3,596	1,199	11,603	370	9,401	602

- c) De su análisis se desprende que el registro de la estación Tepames, Colima sufrió una alteración a partir del año 7.
- d) El registro se corrige a partir del año 7, multiplicando los valores anuales por el factor de ajuste, el cual es igual a  $7.0/4.3 = 1.63$ .
- e) La figura 3.33 indica la curva masa doble de precipitación del problema analizado y en la columna 10 de la tabla 3.17, se presenta el registro de lluvia corregido de la estación de estudio.

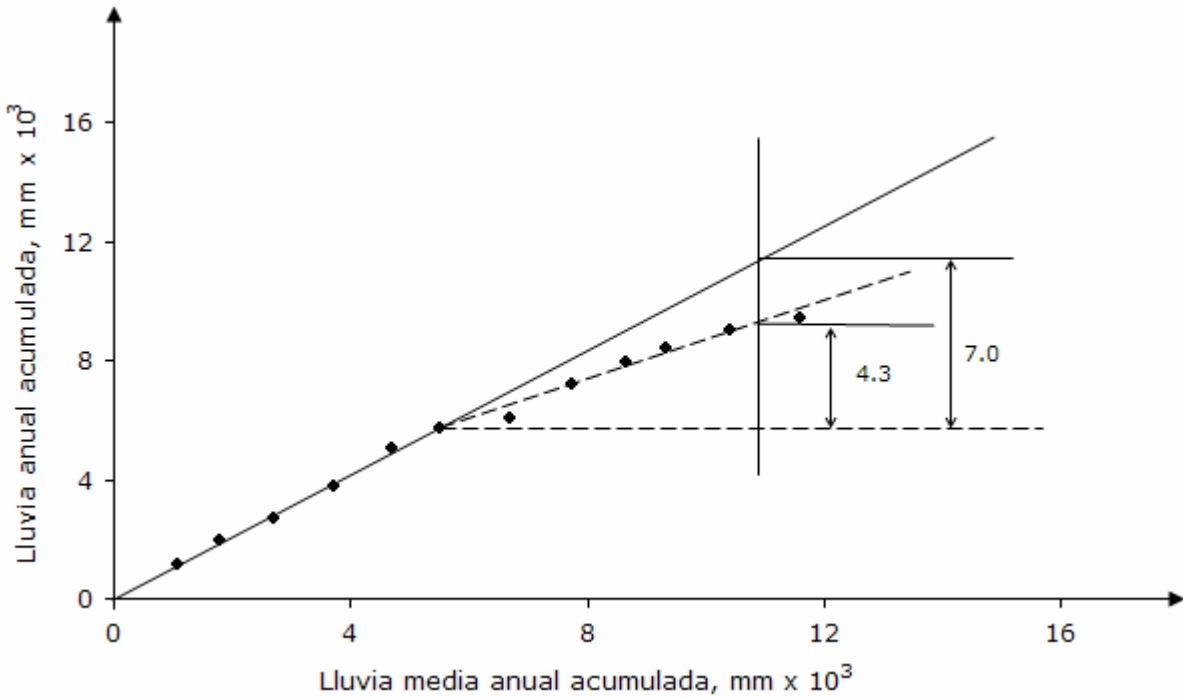


Figura 3.33. Curva masa doble de precipitación

**Ejemplo 3.8.** Determinar en la estación Departamento del Distrito Federal, D. F., las curvas altura de precipitación-duración-periodo de retorno ( $h_p$ - $d$ - $T_r$ ) para periodos de retorno de 5, 10, 25 y 50 años.

Utilizar los resultados que se obtuvieron en el ejemplo 3.4, relacionado con las curvas intensidad-duración-periodo de retorno ( $i$ - $d$ - $T_r$ ).

**Solución:**

a) La expresión matemática que define las curvas  $i$ - $d$ - $T_r$  es:

$$i = \frac{259.823 T_r^{0.42}}{d^{0.66}} \quad (3.20)$$

b) De acuerdo con la definición de intensidad de lluvia se tiene que:

$$i = \frac{h_p}{d}$$

$$h_p = \frac{i \, d \, (\text{min})}{60}$$

$$i = \frac{60 \, h_p}{d}$$

(3.21)

c) Sustituyendo la ecuación (3.21) en (3.20) y realizando las transformaciones algebraicas necesarias se obtiene:

$$h_p = \frac{(259.823) (T_r^{0.42}) (d)}{(60) d^{0.66}}$$

$$h_p = 4.33 T_r^{0.42} d^{0.34}$$

(3.22)

d) La figura 3.34 indica las curvas altura de precipitación-duración-periodo de retorno ( $h_p$ - $d$ - $T_r$ ) para los periodos de retorno de 5, 10, 25 y 50 años.

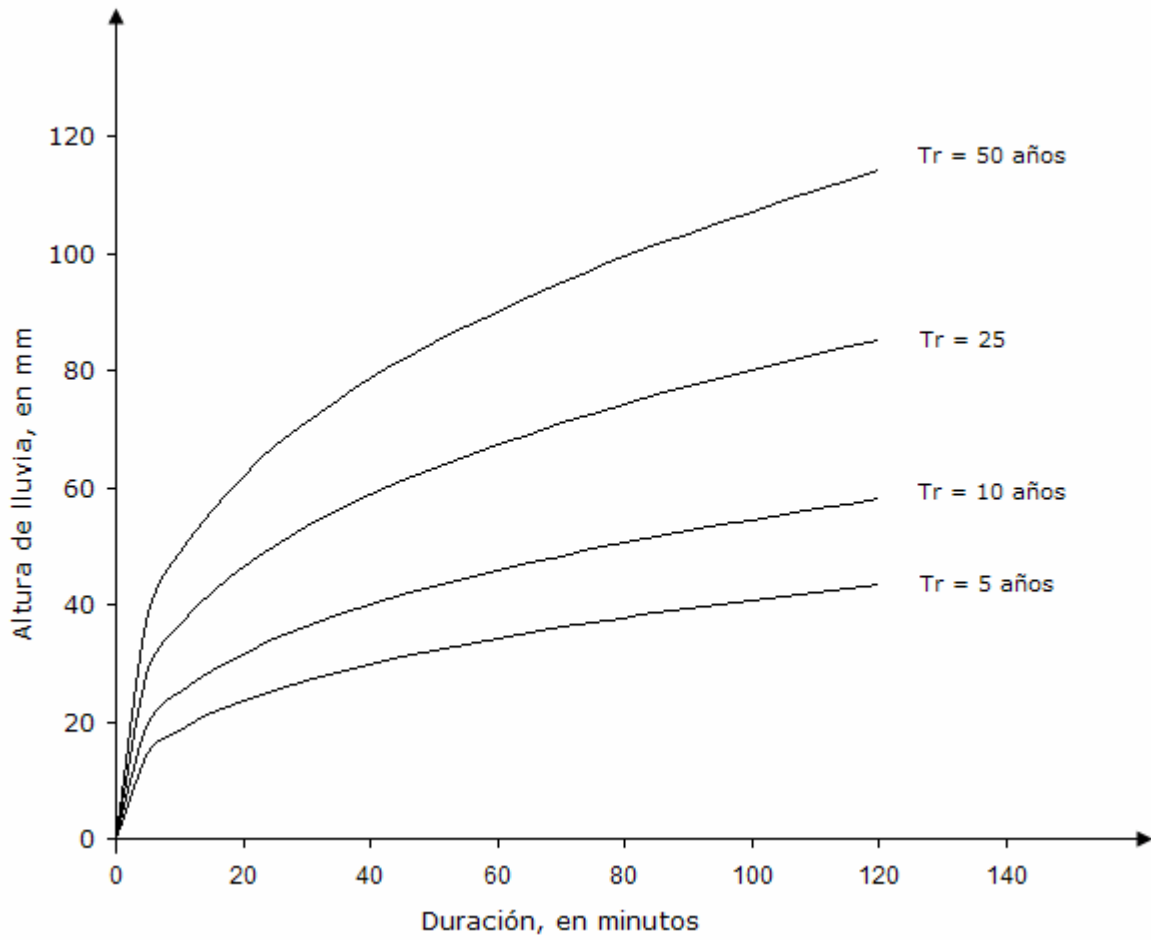


Figura 3.34. Curvas altura de precipitación-duración-periodo de retorno ( $h_p-d-T_r$ ) para la estación Departamento del Distrito Federal

## Referencias

- Aparicio, F. (1989). *Fundamentos de Hidrología de Superficie*. Editorial Limusa, México
- Byers, H. R. (1974). *General Meteorology*. Editorial Mc Graw-Hill, 4ª Edición, Estados Unidos de América.
- Chow, V. T. (1964). *Handbook of Applied Hydrology*. McGraw-Hill, New Cork.
- CFE, Comisión Federal de Electricidad (1981). *Manual de diseño de obras civiles. Hidrotecnia. A.1.2. Precipitación*, México.
- CNA, Comisión Nacional del Agua (1994). *El agua y sus senderos. Ríos, lagos y cascadas de México*, México.
- CNA, Comisión Nacional del Agua (2004). *Estadísticas del Agua en México 2004*. Un producto del Sistema Unificado de Información Básica del Agua, Comisión Nacional del Agua, México.
- Dingman, S. L. (1994). *Physical Hydrology*. Editorial Prentice-Hall, Estados Unidos de América.
- Enciclopedia Británica (1992). *The New Encyclopaedia Britannica*. 15ª Edición, Estados Unidos de América.
- Fuentes, O. y V. Franco (1999). *Estudio Hidrológico para Obras de Protección*. Capítulo 3 del Manual de Ingeniería de Ríos, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- Llauge, F. (1976). *¿La Meteorología?.. Pero si es muy fácil!*. Editorial Marcombo, S. A., 2ª Edición; España.
- McIlveen, R. (1992). *Fundamentals of Weather and Climate*. Editorial Chapman and Hall, Inglaterra.
- Raudkivi, A. J. (1979). *Hydrology*. Pergamon Press, Oxford.
- Sharp, J. J. (1984). *BASIC Hydrology*. Editorial Butterworth and Co. Ltd, Inglaterra.

Simons, P. (1996). *Weird Weather*. Editorial Little, Brown and Company, Inglaterra.

Springall, R. (1986). *Apuntes de análisis estadístico y probabilístico de datos hidrológicos. Hidrología superficial*. Editado por la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Tamayo, J. L. (1999). *Geografía moderna de México*. Editorial Trillas, 11ª Edición, México.

Weibull, W. (1939). *A statistical theory of the strength of materials*. Ing. Vetenskops Akad. Hand. Vol. 151, p. 15, Stockholm.

## 4. Escurrimiento

De acuerdo con el ciclo hidrológico, el escurrimiento se puede definir como la porción de la precipitación pluvial que ocurre en una zona o cuenca hidrológica y que circula sobre o debajo de la superficie terrestre y que llega a una corriente para ser drenada hasta la salida de una cuenca o bien alimentar un lago, si se trata de cuencas abiertas o cerradas, respectivamente.

Ahora bien, el escurrimiento que se presenta en un cauce es alimentado por cuatro fuentes diferentes y cada uno de ellos tiene características muy peculiares, tal como se menciona a continuación.

### 4.1. Fuentes del escurrimiento

El escurrimiento se inicia sobre el terreno una vez que en la superficie se alcanza un valor de contenido de humedad cercano a la condición de saturación. Posteriormente se iniciará un flujo tanto sobre las laderas, como a través de la matriz de los suelos, de las fracturas de las rocas o por las fronteras entre materiales de distintas características, esto es, un flujo subsuperficial.

En el primer caso, el flujo se incorporará a algún tributario del sistema de drenaje de la cuenca. En el segundo caso, parte del agua subsuperficial podrá percolar a sistemas más profundos, otra parte permanecerá como un almacenamiento temporal, y otra regresará a la superficie, donde eventualmente formará parte de los volúmenes que conducirán los diferentes cauces a zonas de menor altitud.

Las fuentes principales del escurrimiento en cauces se pueden clasificar en cuatro tipos: precipitación directa sobre el cauce; flujo subsuperficial; flujo base; y escurrimiento directo.

**Precipitación directa sobre el cauce.** Es un aporte modesto comparado con los volúmenes asociados a las otras fuentes; esto se debe principalmente a la pequeña superficie que generalmente abarcan los ríos y corrientes.

**Flujo subsuperficial.** Los volúmenes asociados a este escurrimiento varían en el tiempo y en el espacio. En la época de estiaje podrán descargar a un ritmo casi constante, formando corrientes perennes. En otros casos sólo



aportarán cantidades suficientes para mantener por algunas semanas más, después de las últimas lluvias, el gasto en un cauce, formando así las corrientes intermitentes.

Cuando el aporte es tan reducido que sólo se mantiene un contenido de humedad elevado en el cauce y en sus zonas adyacentes, el flujo superficial es prácticamente nulo; sin embargo, si se presenta algún evento tal como lluvia, deshielo, etc., el posible escurrimiento superficial será del tipo efímero.

Si un tramo del cauce presenta condiciones de contenido de humedad relativamente bajas, o si el material es fracturado o muestra canalizaciones por disolución o génesis, el escurrimiento se verá afectado, ya que una parte será aportada a las riberas y/o a través de la plantilla.

**Flujo base.** Es el aporte de un sistema acuífero somero a un cauce determinado. En el caso en que una parte de la cuenca se encuentre perturbada por alguna obra hidráulica tal como una presa, un sistema de riego, etc., entonces el gasto base corresponderá a los volúmenes asociados con la operación de dichas obras.

**Escurrecimiento directo.** Es aquel volumen asociado a la precipitación, es decir, el flujo remanente una vez que quedan definidas las primeras tres fuentes.

## 4.2. Procesos del escurrimiento

Para el análisis básico del escurrimiento, se deben de considerar las variables siguientes: la intensidad de la precipitación; la capacidad de infiltración de una superficie particular; la condición hidráulica a la que se encuentra el suelo o la roca; y la característica hidráulica del suelo o roca.

La comparación entre estas variables permite obtener información sobre los procesos que se pueden presentar bajo diferentes situaciones. A continuación se comentan cuatro condiciones que se pueden presentar, con sus respectivas consecuencias.

a) Cuando la intensidad de precipitación es menor que la capacidad de infiltración y el contenido de humedad del suelo o roca es menor a su capacidad de campo. En este caso, el escurrimiento sobre la superficie del terreno será reducido, ya que el suelo o roca será capaz de captar la mayor parte del volumen de agua que entra como precipitación. El flujo

subsuperficial será muy reducido, ya que el agua captada se utilizará para aumentar el contenido de humedad inicial.

- b) Cuando la intensidad de precipitación es menor que la capacidad de infiltración y el contenido de humedad del suelo o roca es mayor o igual a su capacidad de campo. Como el suelo o roca se encuentra en una condición cercana a la capacidad de campo, parte de la precipitación se convertirá eventualmente en escurrimiento sobre el terreno; sin embargo, los volúmenes seguirán siendo de poca cuantía. El flujo subsuperficial será importante.
- c) Cuando la intensidad de precipitación es mayor que la capacidad de infiltración y el contenido de humedad del suelo o roca es menor a su capacidad de campo. El suelo o roca presenta una deficiencia de humedad importante, de modo que el agua que precipite, a pesar de que la capacidad de infiltración es reducida, se utilizará en abastecer de humedad al suelo, escurriendo sólo una porción relativamente pequeña.
- d) Cuando la intensidad de precipitación es mayor que la capacidad de infiltración y el contenido de humedad del suelo o roca es mayor o igual a su capacidad de campo. En este caso, al encontrarse el suelo o roca en una condición cercana a la saturación, no permitirá una infiltración importante, de modo que la mayor parte se convertirá en escurrimiento sobre el terreno. El flujo subsuperficial también será importante. Cuando la parte somera de un suelo no permite una infiltración importante, se forma el denominado flujo Hortoniano, es decir, la saturación en un suelo o roca tendrá lugar sólo en una porción cercana a la superficie, siendo incapaz el frente de humedad de avanzar a mayor profundidad, favoreciendo de esta manera al escurrimiento sobre el terreno.

### **4.3. Hidrogramas**

El hidrograma es una representación gráfica o tabular de la variación en el tiempo de los gastos que escurren por un cauce. El gasto ( $Q$ ) se define como el volumen de escurrimiento por unidad de tiempo ( $m^3/s$ ) que escurre por un cauce.

El hidrograma se define para una sección transversal de un río y si los valores obtenidos se grafican contra el tiempo se obtendrá una representación gráfica como la de la figura 4.1.

La figura 4.1 representa un hidrograma anual y si la escala se amplía de tal manera que se pueda observar el escurrimiento producido por una sola tormenta, se obtendrá una gráfica como la que se muestra en la figura 4.2. En este caso el significado de las variables es:  $t_0$  es el tiempo de inicio del escurrimiento directo;  $t_p$  es el tiempo pico y se define como el tiempo que transcurre entre el inicio del escurrimiento y el gasto máximo o pico;  $t_b$  es el tiempo base y equivale al lapso de tiempo durante el cual ocurre el escurrimiento directo; y  $Q_b$  es el gasto base.

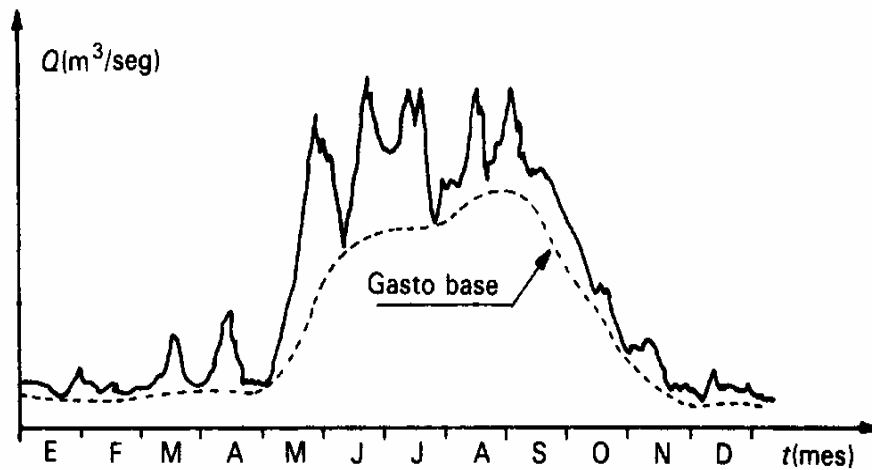


Figura 4.1. Hidrograma anual

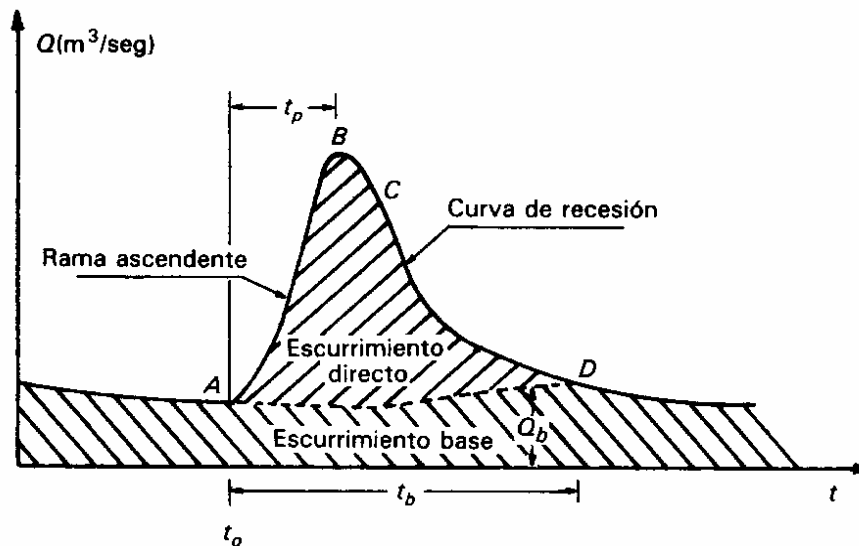


Figura 4.2. Hidrograma aislado de una tormenta

Los elementos fundamentales del hidrograma son: el gasto antecedente; la rama ascendente; la cresta o pico; la rama descendente; la curva de recesión; y el gasto base. A continuación se define cada uno de ellos.

**El gasto antecedente.** Es el valor donde tiene inicio la rama ascendente; esto es, cuando la condición de saturación en una zona de la superficie de la cuenca es tal que cualquier evento de precipitación propiciará el escurrimiento directo.

**La rama ascendente.** Es aquella parte del hidrograma que muestra una fuerte pendiente positiva, uniendo el punto asociado al gasto antecedente con el segmento correspondiente a la cresta o pico del escurrimiento.

**La cresta o pico.** Es el valor máximo del escurrimiento y en ocasiones la rama ascendente se une en un sólo punto, el gasto pico, con la rama descendente; en otras se presenta un cambio notorio en la pendiente del hidrograma antes de alcanzar el gasto pico, es decir, aún cuando se trata de una pendiente positiva, su valor es mucho menor al de la rama ascendente antes del gasto pico.

**La rama descendente.** Se inicia cuando se presenta el gasto pico y puede ser que al comienzo el descenso sea lento, mostrando pendientes relativamente pequeñas; posteriormente el descenso será franco y la pendiente aumentará considerablemente hasta que algún otro evento de escurrimiento tenga lugar. Si los eventos de escurrimiento ya no son relevantes, de modo que la rama descendente mantiene su tendencia, entonces llegará un momento en el cual se presentará un cambio notorio en la pendiente del hidrograma. En ese momento se forma la curva de recesión, es decir, aquel tramo que mantiene una pendiente negativa, pero con un valor mucho menor al que está asociado con la rama descendente.

**La curva de recesión.** Es el resultado de aportes de otros sistemas con otras características, y que son notorios después del escurrimiento directo. Tales aportes podrían tener como origen el medio poroso de las riberas aguas arriba de la sección donde se lleva a cabo la medición; cuando los niveles o tirantes en el río aumentan, las riberas, en algunas partes, serán capaces de captar cantidades importantes de agua a través de infiltraciones en las paredes de las riberas, las cuales serán liberadas una vez que los niveles desciendan nuevamente. Los tiempos de respuesta en el cauce son mucho más rápidos que los que tienen lugar en las riberas. La curva de recesión tenderá a estabilizarse alrededor de un valor casi constante, con oscilaciones relativamente pequeñas; esto ocurre en la época de estiaje.

**El gasto base.** Es el valor casi constante al cual tiende la curva de recesión. Generalmente se asocia con el aporte del agua subterránea; sin embargo, como se mencionó anteriormente, si la cuenca ha sido alterada en su funcionamiento hidrológico por alguna obra de control, entonces el flujo base tendrá su origen en la operación de los sistemas hidráulicos existentes.

**La forma del hidrograma.** Estará fuertemente influenciada por las características fisiográficas de la cuenca hidrológica, así como por las condiciones particulares del cauce (cambios en la sección, condiciones de las riberas, etc.).

#### **4.4. Análisis de hidrogramas**

Se entiende por análisis de hidrogramas aquel proceso por el cual se trata de definir y cuantificar los diferentes elementos que lo conforman. Como primer paso se considera la separación del flujo base y del escurrimiento directo y para ello se requiere de la identificación del gasto antecedente y del punto donde inicia la curva de recesión.

Existen al respecto diferentes métodos de separación del gasto base y del escurrimiento directo y a continuación se presentan tres (Chow et al, 1988; Viessman et al, 1989).

##### **a) Método de la línea recta**

Una vez que se define la escala de tiempo para el análisis (gastos horarios, diarios, mensuales, etc.), se procede a identificar el punto donde se inicia el gasto antecedente y se traza una línea horizontal.

Ahora bien, aunque este criterio proporciona resultados con un grado de aproximación adecuada, en especial para tormentas de corta duración, sobrestima tanto el tiempo base del hidrograma, así como la magnitud del volumen de escurrimiento directo. En la figura 4.3 se muestra un esquema representativo de la aplicación del método de la línea recta y en ejemplo 4.4. se ilustra su aplicación.

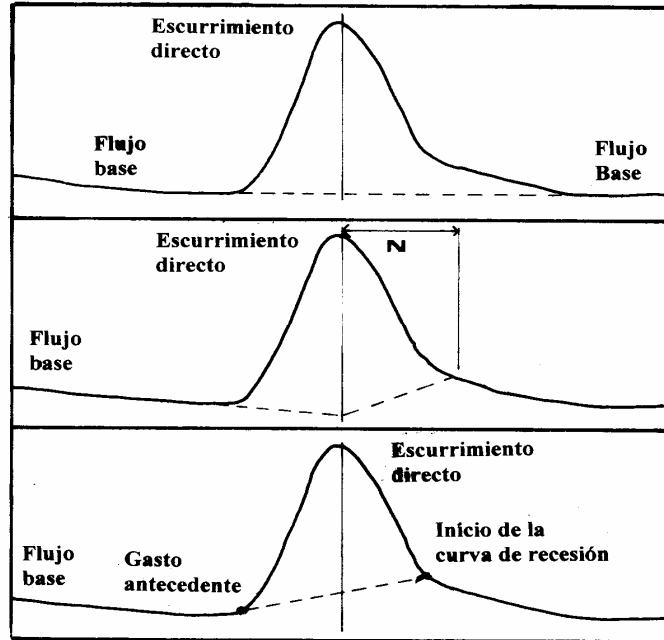


Figura 4.3. Métodos de separación del flujo base y del escurrimiento directo

### b) Método del tiempo fijo

La separación por el método del tiempo fijo requiere de la prolongación de la curva del flujo base, partiendo del gasto antecedente, hasta la intersección con la recta vertical que pasa por el gasto pico. Después de este punto de intersección, se traza otro tramo de recta que se unirá a la curva del hidrograma a una distancia equivalente a  $N$  unidades de tiempo. El valor de  $N$  se puede obtener de una regresión, considerando como segunda variable independiente alguna característica fisiográfica de la cuenca, tal como la pendiente del cauce principal. La figura 4.3 muestra la aplicación del método.

Viessman y coautores (1989) han desarrollado una ecuación que permite evaluar la distancia  $N$ , a través de la expresión siguiente:

$$N = 0.827 A_c^{0.2} \quad (4.1)$$

donde  $N$  es la distancia, en días; y  $A_c$  es el área de la cuenca, en  $\text{km}^2$ .

### c) Método de la curva de recesión del gasto base

Con este criterio se procede a determinar la curva de recesión del gasto base, representativo para una cuenca hidrológica de estudio. Para tal efecto,

se analizan varios hidrogramas y se seleccionan los tramos donde exista únicamente el escurrimiento base. La figura 4.4 muestra un hidrograma donde los tramos seleccionados podrían ser a-b, c-d, e-f y g-h.

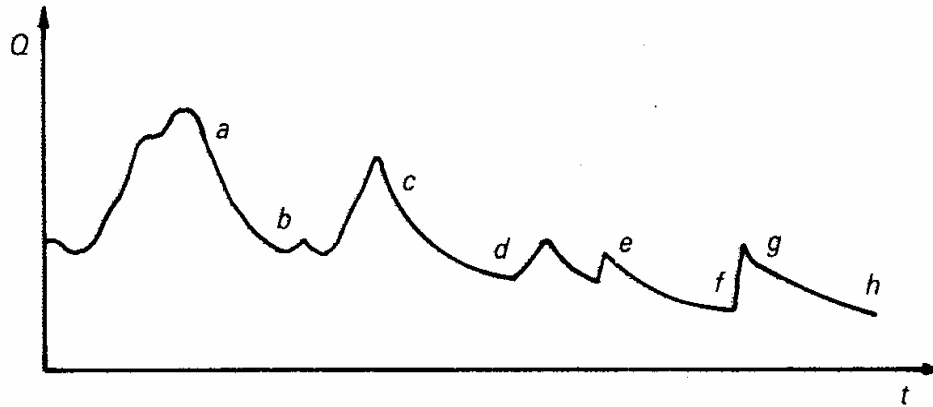


Figura 4.4. Hidrograma indicando tramos con escurrimiento base

Los tramos seleccionados se dibujan en papel semilogarítmico de tal forma que sus extremos inferiores sean tangentes a una línea recta. En este proceso, se eliminan aquellos tramos formados por escurrimiento directo, situación que se manifiesta en la gráfica elaborada en escala semilogarítmica, ya que su extremo inferior no es tangente a la línea recta. La línea resultante se denomina curva de recesión del gasto base y la figura 4.5 muestra el proceso para determinar la curva mencionada.

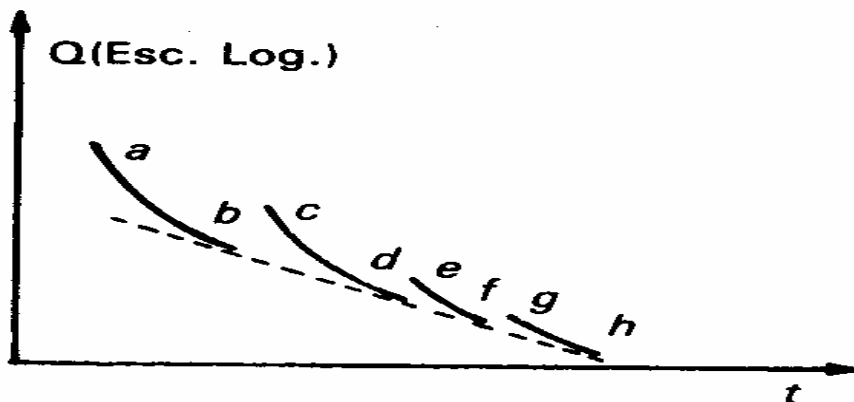


Figura 4.5. Curva de recesión del gasto base

Por su parte, el punto donde se inicia la curva de recesión se localiza al superponer la curva de recesión del gasto base, dibujada en escala aritmética, y la rama descendente del hidrograma de análisis. El punto de inicio de la curva de recesión se localiza donde ambas líneas se separan. En la fase final, se traza una línea horizontal que comienza en el punto donde comienza el gasto antecedente y termina en el punto donde se inicia la curva de recesión. Con este proceso se separa el escurrimiento base del directo y en la figura 4.3 se indica la aplicación del método.

Cabe hacer mención que los métodos tres presentados también se pueden analizar sobre una escala semilogarítmica (logaritmo aplicado en el gasto).

Ahora bien, desde un punto de vista analítico la estimación de los volúmenes que escurren como flujo base, escurrimiento directo y aportes laterales (flujo subsuperficial desde las riberas, etc.) se estiman como el valor del área debajo de la curva del hidrograma. Para el caso particular de los aportes laterales, si es que existen, se procede al ajuste de una curva de recesión con el apoyo de las ecuaciones siguientes:

$$Q_t = Q_0 e^{-kt}$$

(4.2)

$$Q_t = Q_0 k^t$$

(4.3)

donde  $Q_t$  es el gasto en el tiempo  $t$ ;  $Q_0$  el valor del gasto donde inicia la curva de recesión; y  $k$  la constante de decaimiento.

Para encontrar el valor de  $k$ , se linealiza alguna de las expresiones (4.2) o (4.3) aplicando logaritmos en ambos lados del signo de igualdad. Luego se utiliza el método de mínimos cuadrados, donde la pendiente de la recta corresponde al valor de  $k$ .

Conocido el valor de la constante  $k$ , será posible cuantificar el volumen que recibe el cauce después de que finaliza el escurrimiento directo a través de algún aporte lateral.

Además se podrá caracterizar el comportamiento del tramo aguas arriba de la corriente o cauce en el periodo de transición que va desde que finalizan las lluvias hasta la época de estiaje.



## 4.5. Aforo de corrientes

La medición de la velocidad en una corriente, la información geométrica de la sección donde se mide y el registro de los valores de nivel del agua, proporcionan la base para determinar el volumen que pasa por el cauce en la unidad de tiempo; a este proceso de cuantificación se le da el nombre de aforo y se puede aplicar tanto en ríos como en canales.

Para evitar confusiones, es conveniente en este punto definir las referencias de uso común asociadas con la dirección del flujo en una corriente: aguas arriba se refiere a todo lo que se localiza en una dirección contraria a la de la corriente, tomando como referencia alguna sección de control o cualquier tramo de interés; aguas abajo, es todo lo que se encuentra más allá de la sección en dirección coincidente con la corriente.

Los límites laterales serán referenciados como margen izquierda y margen derecha, si nos colocamos con la espalda apuntando hacia la dirección aguas arriba y nuestra visual hacia aguas abajo.

### 4.5.1. Estimación del gasto en estado permanente

Si se considera el estado permanente como condición del flujo en un tramo de río o canal, la expresión del gasto, es decir, el volumen por unidad de tiempo, se define con el apoyo de la expresión:

$$Q = V A$$

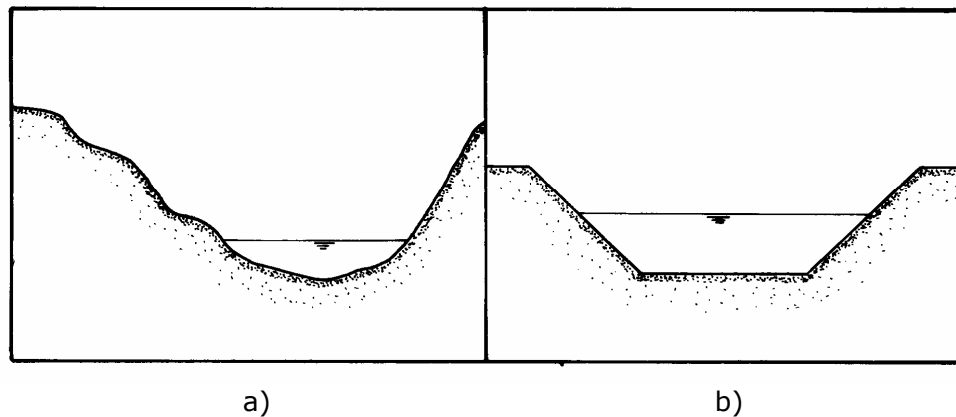
(4.4)

donde **Q** es el gasto, en m<sup>3</sup>/s; **V** es la velocidad representativa del flujo, en m/s; y **A** el valor de área de la sección del río o canal que es perpendicular a la dirección de la velocidad del flujo, en m<sup>2</sup>.

El valor de área de la sección de un río o canal se obtiene tanto de sus características geométricas, como del nivel del agua en diferentes tiempos. Las características geométricas se pueden determinar por nivelación diferencial en la sección seleccionada para llevar a cabo el aforo. Esta nivelación se tendrá que hacer cada vez que se presente un evento de escurrimiento de importancia (también se les conoce como avenidas, y no necesariamente implica desborde e inundación), ya que la sección podrá cambiar considerablemente.

La medición del nivel se puede hacer a través de una escala, de un limnómetro, y si se trata de un registro continuo, de un limnógrafo. En la figura 4.6 se muestra un esquema representativo de una sección de río y de una sección de canal con sección trapecial.

Cabe mencionar que cuando en una sección se considera el fondo de un río o canal como referencia, el nivel recibe el nombre de tirante; si la referencia es la superficie del agua, entonces se trata de la profundidad.



*Figura 4.6. Representación esquemática de a) un río y b) un canal*

#### **4.5.2. Distribución de la velocidad en una corriente en perfil y sección**

La velocidad en una corriente varía tanto en perfil como en sección. En el perfil, la velocidad cambia rápidamente desde el valor cero en las fronteras rígidas como son las paredes y la plantilla, hasta valores de velocidad máxima, que se encuentra entre el 90 y 95 % del tirante.

La figura 4.7 muestra el perfil de velocidades de una sección cualquiera. Según la teoría de la capa límite, la distribución de la velocidad tiende a ser logarítmica en un conducto a superficie libre; de modo que serán de interés para la medición de la velocidad los siguientes valores porcentuales del tirante o de profundidad (Dingman, 1994):

- Si el tirante es mayor a 0.80 m, entonces se medirá la velocidad en el 20% y en el 80% del tirante, obteniendo la velocidad media por la relación:

$$\bar{V} = \frac{(V_{0.2} + V_{0.8})}{2}$$

(4.5)

- Si el tirante es menor que 0.80 m, entonces se considera el 40% del tirante como el punto donde se debe medir la velocidad media.
- El valor de velocidad máxima se ubica por arriba del 85% del tirante.

En el caso en que se realice la medición a partir de la superficie del agua, entonces los valores anteriores sólo cambiarán por el complemento; es decir, se restará al 100% del tirante, el valor porcentual mencionado para cada caso.

En la sección transversal de una corriente, la velocidad también muestra diferentes patrones en la distribución de la velocidad, lo que depende básicamente de las condiciones que se presenten en el río o canal.

Si el flujo es simétrico, entonces los valores máximos se encontrarán en la parte central de la sección, en las proximidades de la superficie del agua; conforme aumenta la profundidad, la velocidad disminuye, siendo afectada la distribución por la forma geométrica de las fronteras sólidas de las paredes y de la plantilla.

En la figura 4.8 se muestra una representación esquemática de la distribución de velocidad en una sección de un canal trapecial revestido.

Al respecto es oportuno describir las diferencias entre tirante y profundidad. El tirante es la distancia que se mide desde el fondo de una sección o canal hasta la superficie libre del agua, mientras que la profundidad es la distancia que hay entre la superficie libre del agua y los porcentajes del tirante establecidos para definir la velocidad media.

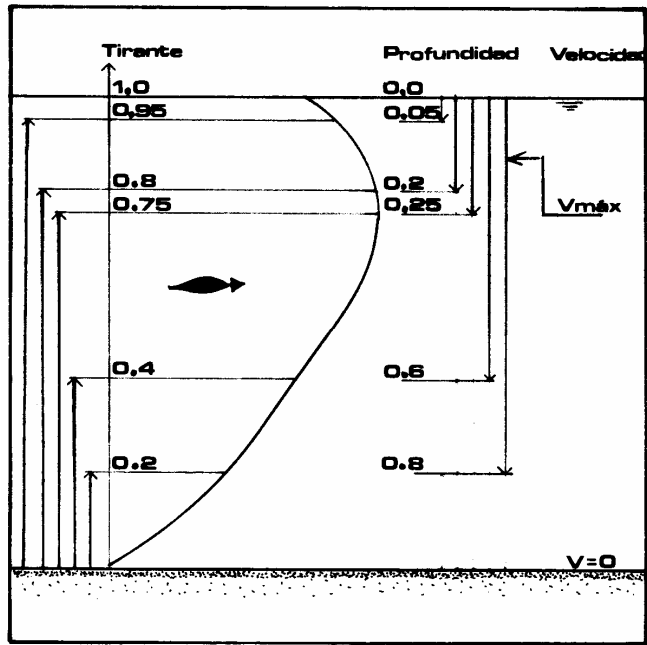


Figura 4.7. Perfil de velocidades de una sección de río o canal

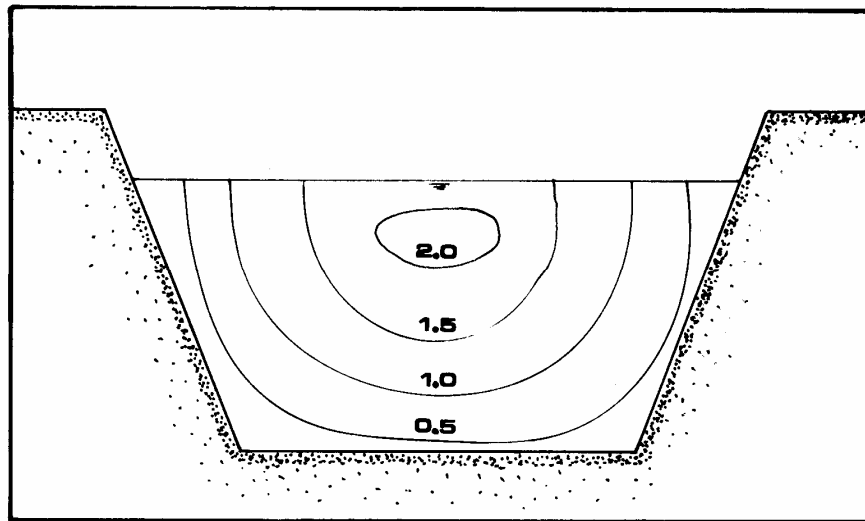


Figura 4.8. Distribución de la velocidad en una sección de un canal trapecial revestido

#### 4.5.3. Selección de la sección de aforo

La sección de aforo o de control debe cumplir con ciertas características para que sea considerada como confiable. A continuación se presentan las

características que deben satisfacer algunas de las secciones más representativas:

- a) De preferencia, el flujo debe converger de forma gradual en el sentido aguas abajo;
- b) Se deben evitar los tramos donde sea factible la presencia de curvas de remanso;
- c) Las pendientes de la sección de control deben de ser pequeñas;
- d) La sección de control deberá estar lo más alejada posible de curvas;
- e) Las obstrucciones en la sección deberán de ser mínimas;
- f) Se tratará de evitar colocar la sección en tramos donde se formen vórtices o remolinos.

#### **4.5.4. Métodos y dispositivos para medir la velocidad en una corriente**

##### **a) Método del molinete**

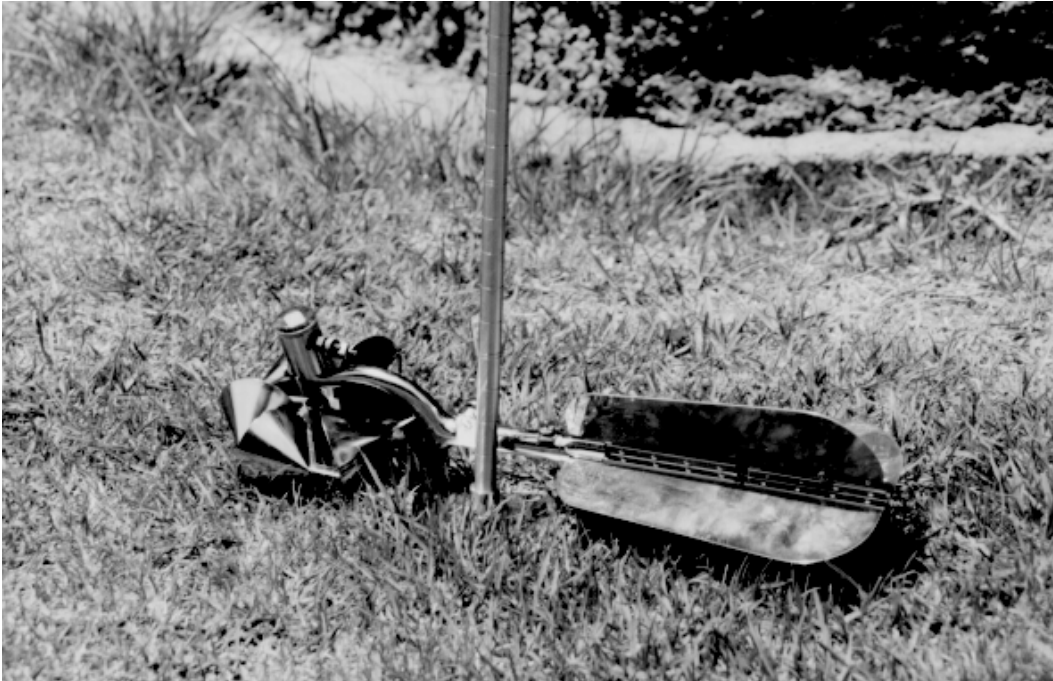
El más común de estos instrumentos es el tipo Price, el cual está provisto de una hélice o rueda de aspas o copas que gira impulsada por la velocidad de la corriente y a partir de un transductor eléctrico, indica el número de revoluciones con que gira la hélice.

Esta velocidad angular se traduce a velocidad del agua (en m/s), utilizando una fórmula de calibración que previamente se ha determinado para cada instrumento en particular.

Asimismo, para que el molinete pueda colocarse a la profundidad deseada se utilizan un lastre o peso hecho de plomo, con forma hidrodinámica, llamado escandallo y una varilla modular que sirve para sujetarlo.

La figura 4.9 muestra un molinete tipo Price, cuyo propósito es medir la velocidad del flujo en una sección transversal de las corrientes. Estos instrumentos deben estar calibrados, es decir, debe contar con una curva, tabla o ecuación en la que se relacione el número de chasquidos que emiten por unidad de tiempo, con la velocidad del flujo.

En la figura 4.10 se muestra la forma que presenta la curva de calibración del molinete tipo Price.



*a). Colocado en la varilla modular*



*b). Vista parcial de la rueda de aspas o copas*

Figura 4.9. Molinete tipo Price

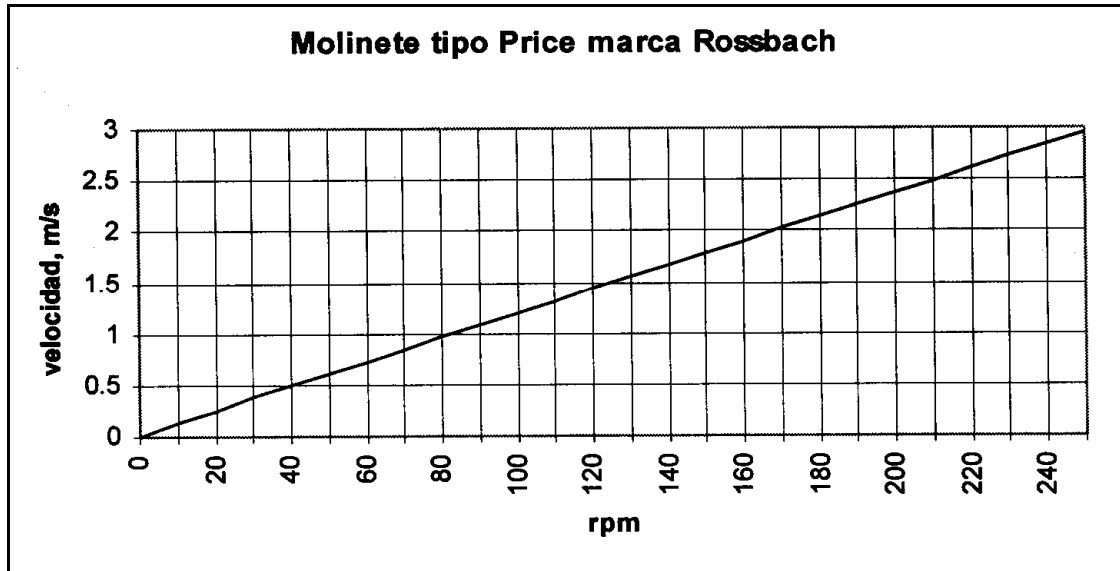


Figura 4.10. Curva de calibración del molinete

### b) Tubo de Pitot y de Prandtl

El tubo de Pitot y el de Prandtl son similares en forma. Ambos requieren de un manómetro (que puede ser de columna de mercurio) y la diferencia estriba en que el tubo de Pitot se conecta solo a una de las ramas del manómetro, quedando la otra expuesta a la presión atmosférica. En el caso del tubo de Prandtl, las dos ramas del manómetro se conectan al instrumento.

La diferencia de presiones que se registre servirá para estimar la velocidad (estos instrumentos también se utilizan en conductos a presión) que se obtiene de la expresión siguiente:

$$V = C_v \sqrt{2 g \Delta h (\rho_m - \rho) / \rho} \quad (4.6)$$

donde **V** es la velocidad del flujo; **C<sub>v</sub>** es el coeficiente de velocidad, con valores que oscilan entre 0.01 y 1.03 (si se coloca el instrumento paralelo a las líneas de corriente, entonces el coeficiente se puede considerar igual a 1); **g** es la constante de aceleración gravitacional; **ρ<sub>m</sub>** es a densidad del

líquido del manómetro;  $\rho$  es la densidad del agua; y  $\Delta h$  es la diferencia de presiones registrada entre las dos ramas del manómetro.

### **c) Método de flotadores**

Una forma muy simple de estimar la velocidad en una corriente pequeña es colocar en la superficie objetos que floten. Primero se define la distancia que recorrerá el flotador; en el extremo aguas arriba se suelta, y se mide el tiempo transcurrido en alcanzar el extremo que corresponde a aguas abajo. Esto se repite las veces que sea necesario. Al ser una estimación de la velocidad en la superficie, se podrá afectar el valor de velocidad medido por un factor de 0.85 (Dingman, 1994) para aproximarlos a la velocidad media, es decir:

$$\bar{V} = 0.85 V_{\text{medida}}$$

(4.7)

### **d) Método de dilución de tinta y trazadores**

Al verter una tinta o trazador en una corriente en un punto determinado, la concentración de la tinta cambiará conforme se desplaza, y será posible detectar el cambio de concentración en una sección de muestreo localizada aguas abajo.

De acuerdo con Dingman (1994), se deben cumplir con los siguientes requerimientos para las sustancias a utilizar:

- Deben ser fácilmente solubles;
- La concentración en el agua debe de ser baja;
- No deben de reaccionar químicamente ni deben de ser absorbidas por otras sustancias incluidas dentro del agua de la corriente;
- Debe de ser fácilmente detectable;
- No debe de ser un producto riesgoso para el operador ni para las formas de vida que dependen del cuerpo de agua;
- Su costo debe ser accesible.

Una opción adecuada de tinta o trazador que no provoca daños es el cloruro de sodio, ya que puede ser fácilmente detectado y su costo es reducido.



Si la sustancia se inyecta a un ritmo constante, entonces el gasto se calcula por medio de la expresión

$$Q = \frac{Q_T [C_T - C_{eq}]}{[C_{eq} - C_b]}$$

(4.8)

Si la inyección de la sustancia se hace de manera instantánea, entonces se utiliza la ecuación mostrada a continuación:

$$Q = \frac{V_T [C_T - C_b]}{\int_0^{\infty} [C_d(t) - C_b] dt}$$

(4.9)

donde **Q** es el gasto en la sección de control; **Q<sub>T</sub>** es el ritmo de inyección de la sustancia; **C<sub>T</sub>** es la concentración de la sustancia en el punto de inyección; **C<sub>eq</sub>** es el valor de concentración en equilibrio en estado permanente; **C<sub>b</sub>** es la concentración natural del agua de la corriente; **C<sub>d</sub>** es la concentración en el punto de muestreo aguas abajo; y **V<sub>T</sub>** es el volumen de sustancia vertido.

#### 4.5.5. Métodos para aforar una corriente

Para medir la velocidad en una corriente se pueden utilizar diferentes métodos, dependiendo de las características del flujo. A continuación se presentan los métodos de uso común.

##### a) Método de la velocidad-sección

Se puede utilizar tanto en cauces de ríos como en canales. Se requiere llevar a cabo la nivelación diferencial en una sección de control que cumpla con la mayoría de las condiciones planteadas en la sección anterior.

Ahora bien, al revisar los alrededores, se decidirá donde se localizará el punto inicial de referencia; es conveniente que se tome en cuenta aquella sección secundaria por la cual se conduce el agua cuando las avenidas hacen que los niveles suban más allá de los límites del cauce principal.

Con el punto de referencia definido, se buscarán los cambios de pendiente relevantes, colocando en esas posiciones el estadal y midiendo la distancia respectiva.

En la figura 4.11 se puede observar un esquema representativo de la obtención de la sección. Una vez que se conoce la geometría de la sección, se definen los puntos donde se medirá la velocidad, tanto a lo ancho del cauce, como a profundidad. Esto se logra por medio del vadeo, en un puente o en una canastilla.

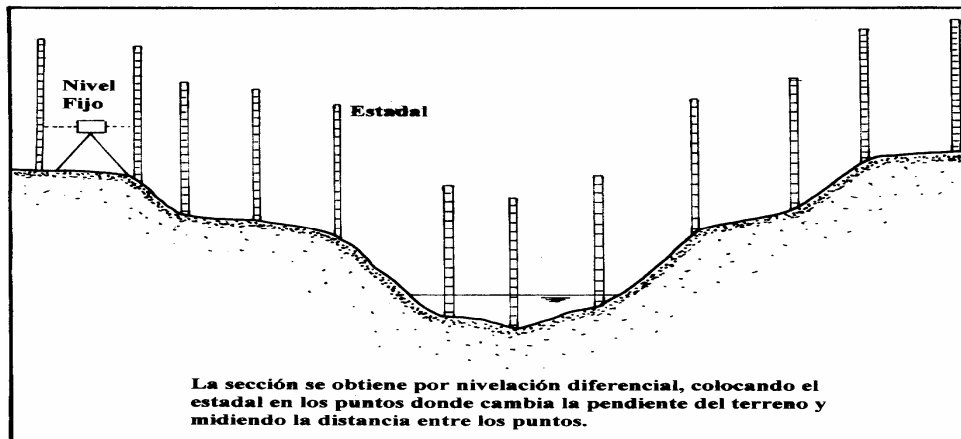


Figura 4.11. Obtención de la sección de control en un río

En el vadeo se introduce una persona al cauce, colocando los instrumentos de medición de velocidad (molinete, tubo de Prandtl, etc.) en los puntos definidos de antemano, guiándose por una cinta colocada en los extremos del espejo del agua. Si existe un puente o una canastilla, entonces se colocarán los instrumentos de medición a las distancias marcadas por alguna escala o cinta (debe recordarse que en este caso la referencia es la superficie del agua).

Con los datos obtenidos se procede a estimar el valor del gasto y para ello se hace uso de la expresión siguiente (Dingman, 1994):

$$Q = \sum_{i=1}^n [X_{i+1} - X_i] / 2 [V_i Y_i + V_{i+1} Y_{i+1}]$$

(4.10)

donde **Q** es el gasto que pasa por la sección; **n** es el número de puntos de medición a lo ancho del cauce o canal; **X** es la distancia horizontal desde alguna de las márgenes; **V** es la velocidad representativa que se desea emplear (ya sea la velocidad media con la expresión (4.5) o el valor medido

al 40% del tirante); y **Y** es la profundidad en cada uno de los puntos de medición.

## b) Vertedores de pared delgada

Para estimar el gasto por medio de un vertedor de pared delgada, se utilizan las expresiones siguientes:

### b.1). Vertedor rectangular

$$Q = 2/3 [2g]^{1/2} \mu \left\{ 1 + 3/2 \kappa^2 (b/B)^2 [h/(h+w)]^2 \right\} b h^{3/2} \quad (4.11)$$

donde **Q** es el gasto; **g** es la constante de la aceleración gravitacional; la variable  $\kappa$  se evalúa con la expresión  $\kappa = 2/3 \mu \left[ 1 + V_0^2 / (2 g h) \right]^{3/2}$ ; y el resto de las variables se definen con el auxilio de la figura 4.13.

### b.2). Vertedor triangular

$$Q = 8/15 [2g]^{1/2} \tan(\theta/2) \mu h^{5/2} \quad (4.12)$$

donde **Q** es el gasto; **g** es la constante de la aceleración gravitacional;  $\mu$  se obtiene de fórmulas experimentales (Sotelo, 1995); y el resto de las variables se define con el auxilio de la figura 4.12.

### b.3). Vertedor trapezoidal (Cipolletti)

$$Q = 2/3 [2g]^{1/2} 0.63 b h^{3/2} \quad (4.13)$$

donde **Q** es el gasto; **g** es la constante de aceleración gravitacional; y para el resto de las variables ver figura 4.12 (Sotelo, 1995).

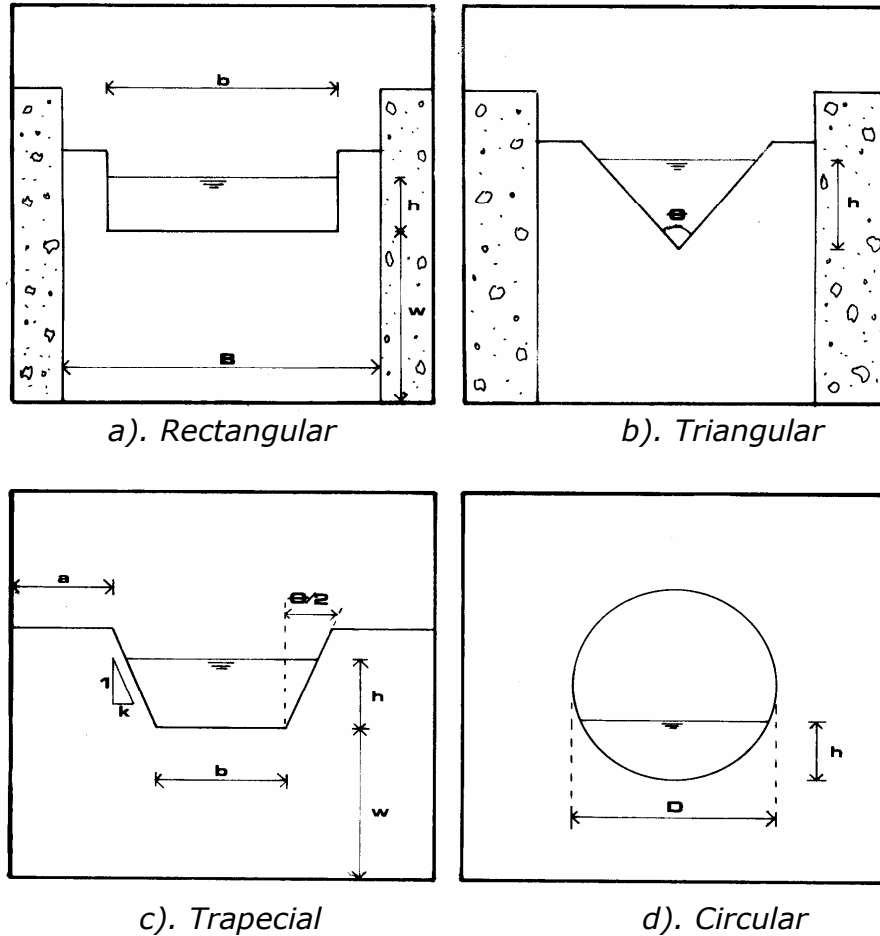


Figura 4.12. Vertedores de pared delgada

#### b.4). Vertedor circular

$$Q = \mu \phi D^{5/2} \quad (4.14)$$

donde **Q** es el gasto; y para el resto de las variables ver figura 4.13 (Sotelo, 1995). La magnitud de la variable  $\mu = 0.555 + D/[110 h] + 0.041 h/D$ , mientras que el valor de  $\phi$  se obtiene de tablas (Sotelo, 1995).

#### c) Vertedores de pared gruesa o aforadores

Los vertedores de pared gruesa son menos precisos que los de pared delgada en lo que respecta a la medición del flujo; sin embargo, los primeros son más versátiles, ya que se pueden aplicar en usos múltiples de forma simultánea y bajo situaciones diversas.

La ecuación general del gasto para un vertedor de pared gruesa es (Bos, 1989):

$$Q = \frac{2}{3} C_d C_v [2g/3]^{1/2} b h^{3/2}$$

(4.15)

donde  $C_d$  es el coeficiente de corrección de descarga que depende de la carga hidráulica aguas arriba y de la longitud de la garganta o cresta  $L$ , y tiene la expresión:

$$C_d = 0.93 + 0.1 h/L$$

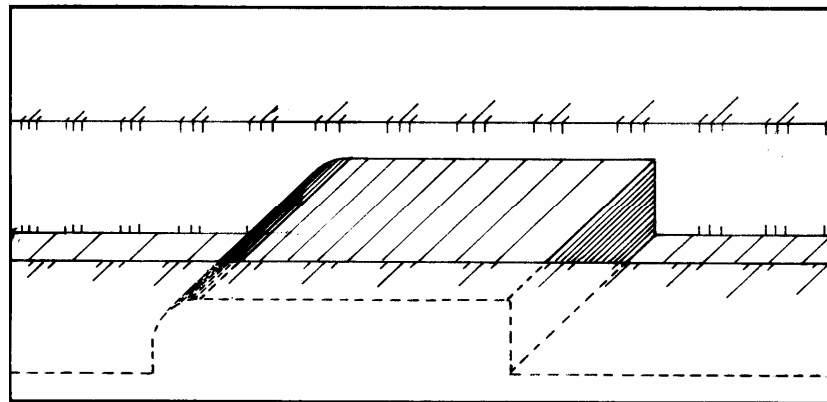
(4.16)

$C_v$  es el coeficiente de corrección de la velocidad en la sección de entrada, esta dado por la ecuación:

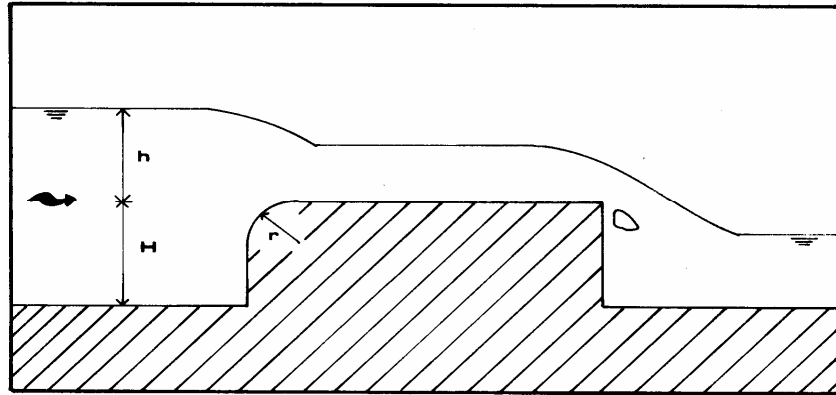
$$C_v = [H/h]^u$$

(4.17)

donde  $u = 1.5$  si la sección de control es rectangular;  $u = 2.0$  si es parabólica; y  $u = 2.5$  si es triangular. En la figura 4.13 se muestra una representación esquemática de un vertedor de pared gruesa con arista redondeada.



a). Perspectiva



b). Perfil

Figura 4.13. Vertedor de pared gruesa

#### 4.6. Curvas elevaciones-gastos

La medición de volúmenes de escurrimiento en cauces y canales es fundamental para diseñar las obras hidráulicas necesarias para mejorar, y en su caso, mantener condiciones socioeconómicas adecuadas en las diversas regiones del país. Si las obras ya han sido proyectadas y construidas, entonces el análisis de la información de escurrimiento brindará la posibilidad de mejorar y actualizar el conocimiento del funcionamiento hidrológico de un sistema de drenaje en una cuenca, permitiendo diseñar políticas de operación apropiadas para cada una de las situaciones particulares que se viven a todo lo largo del territorio nacional.

Algunas de las obras hidráulicas tienen elementos de control, tales como vertedores, drenes y canales con compuertas, etc., que permiten su operación. Conocer su funcionamiento hidráulico es fundamental. Una forma de caracterizarlo, es a través de la relación que existe entre la elevación del nivel del agua y el gasto que es capaz de descargar.

Para el caso de los vertedores, la función que asocia a las dos variables es la ecuación general que se muestra a continuación:

$$Q = C B h^{3/2} \quad (4.18)$$

donde **Q** es el gasto; **C** es un coeficiente que depende de la geometría asociada a cada estructura de control; **B** es la longitud de la cresta del vertedor; **h** la elevación del nivel del agua sobre la cresta. Los valores de **C** se obtienen de relaciones y expresiones empíricas.

Al graficar la ecuación (4.18) se obtiene la denominada curva elevación-gasto. Dependiendo del sistema hidráulico, se podrá presentar un fenómeno denominado histéresis; esto es, la curva que representa a los gastos en forma ascendente, no coincide con los gastos asociados a la situación donde los niveles descienden. La consecuencia de este comportamiento es la configuración de dos ramas en la representación de las curvas elevación-gasto y esto tiene que ver con la inercia del sistema.

**Ejemplo 4.1.** Separación del escurrimiento directo y el escurrimiento base.

En la estación hidrométrica Armería, ubicada en el estado de Colima, se ha determinado el hidrograma de una tormenta del mes de octubre de 1988. Se desea obtener la línea de separación entre los escurrimientos directo y base a través de los métodos de la línea recta y del tiempo fijo. El área de la cuenca es de 731 km<sup>2</sup>.

**Solución:**

a) Método de la línea recta. Se identifica en la gráfica del hidrograma el punto en que se inicia el escurrimiento directo (punto A) y a partir de ese punto se traza una línea horizontal. El resultado, línea punteada, se muestra en la figura 4.14.

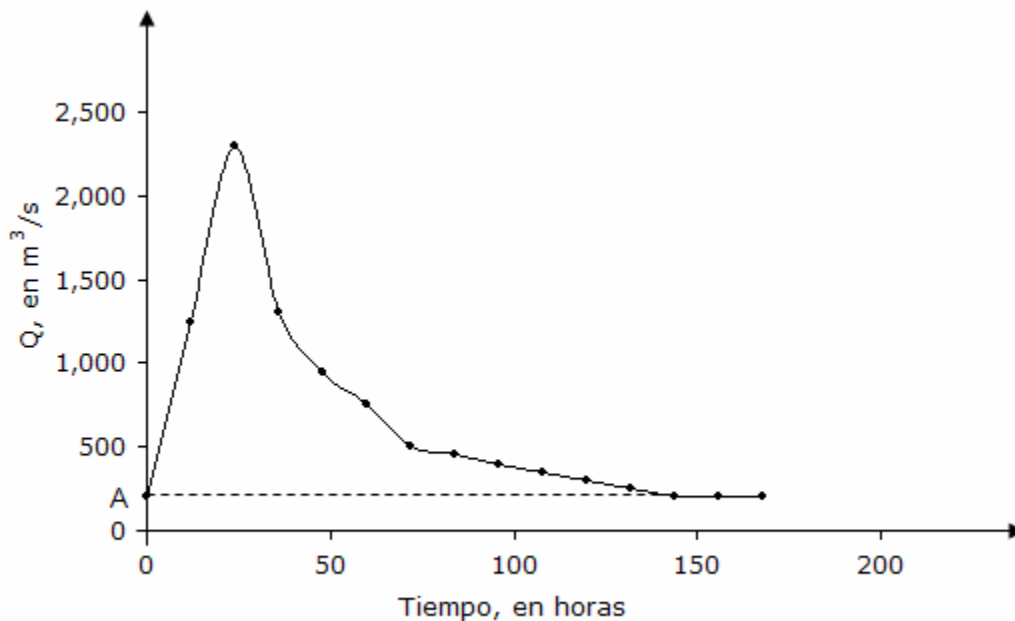


Figura 4.14. Separación del gasto directo y base con el método de la línea recta

- b) Método del tiempo fijo. Se traza una línea horizontal desde que inicia el escurrimiento directo (punto A), hasta el tiempo pico (punto C), tal como se observa en la figura 4.15.

Se determina el número de días (N) con la expresión:

$$N = 0.827 A_c^{0.20}$$

(4.19)

donde  $A_c$  es el área de la cuenca, en  $\text{km}^2$ .

$$N = 0.828 (731)^{0.20} = 3.09 \text{ días}$$
$$N = 3.09 \text{ días}$$

(4.20)

Posteriormente, con el valor de  $N=3.09$  días se determina el punto E en el hidrograma tal como se observa en la figura 4.15.

Finalmente, se traza una línea recta que une los puntos C y E. Con este proceso se separa el gasto directo y base con el método del tiempo fijo.

- c). El resultado obtenido se indica en la figura 4.15.



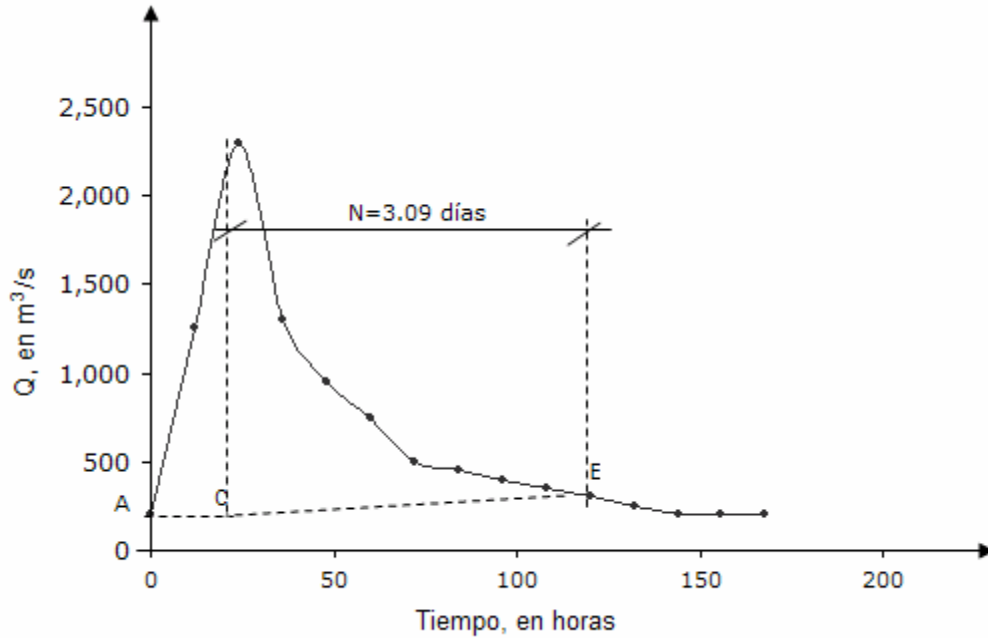


Figura 4.15. Separación del gasto directo y base con el método del tiempo fijo

**Ejemplo 4.2.** Estimación de la curva elevaciones-gastos

Utilizar los datos aforados en la estación hidrométrica Armería, ubicada en el estado de Coliman durante la temporada de lluvias de año 1988 y mostrados en la tabla 4.1.

Tabla 4.1. Registro de aforos en la estación hidrométrica Armería, ubicada en Colima

$Q_i, \text{m}^3/\text{s}$	Elevacion (h), metros
162.0	0.69
149.9	0.70
197.1	0.96
214.7	1.05
271.4	1.36
283.5	1.50
388.8	2.00
396.9	2.04
716.9	3.31
831.6	3.55
1,265.0	5.13
1,367.6	5.51
1,470.2	5.62
2,106.0	7.53
2,207.3	7.83
2,301.8	8.10

**Solución:**

a) La forma matemática de la curva elevaciones-gastos (h-Q), para la estación hidrométrica esta representada por la expresión:

$$h = k Q^n \tag{4.21}$$

donde **h** es la elevación del nivel de agua, en m; **Q** son los gastos aforados, en  $\text{m}^3/\text{s}$ ; y **k** y **n** son parámetros constantes que se determinan al ajustar la ecuación (4.21) a los datos aforados.

Los valores de los parámetros k y n se determinan al transformar la ecuación (4.21) a una forma lineal aplicando logaritmos naturales:

$$\text{Ln } h = \text{Ln } k + n \text{ Ln } Q \tag{4.22}$$

Se realiza un cambio de variables para representar la ecuación (4.22) a una forma lineal:

$$y = a + bx$$

(4.23)

donde:  $y = \text{Ln } h$ ,  $a = \text{Ln } k$ ,  $b = n$ ,  $x = \text{Ln } Q$

Aplicando el método de mínimos cuadrados se estiman los valores de  $k$  y  $n$ . Para este ejemplo los valores son:

$$k = 0.0093$$

$$n = 0.8817$$

Asimismo, se calcula el coeficiente de correlación el cual mide el grado de asociación entre los gastos y las elevaciones y la recta lineal y en este caso fue de:

$$r = 0.996$$

Sustituyendo los valores de  $k$  y  $n$  en la expresión (4.21) se obtiene la curva elevaciones-gastos:

$$h = 0.0093 Q^{0.8817}$$

(4.24)

b). La figura 4.16 muestra la curva elevaciones-gastos definida al graficar la ecuación (4.24).

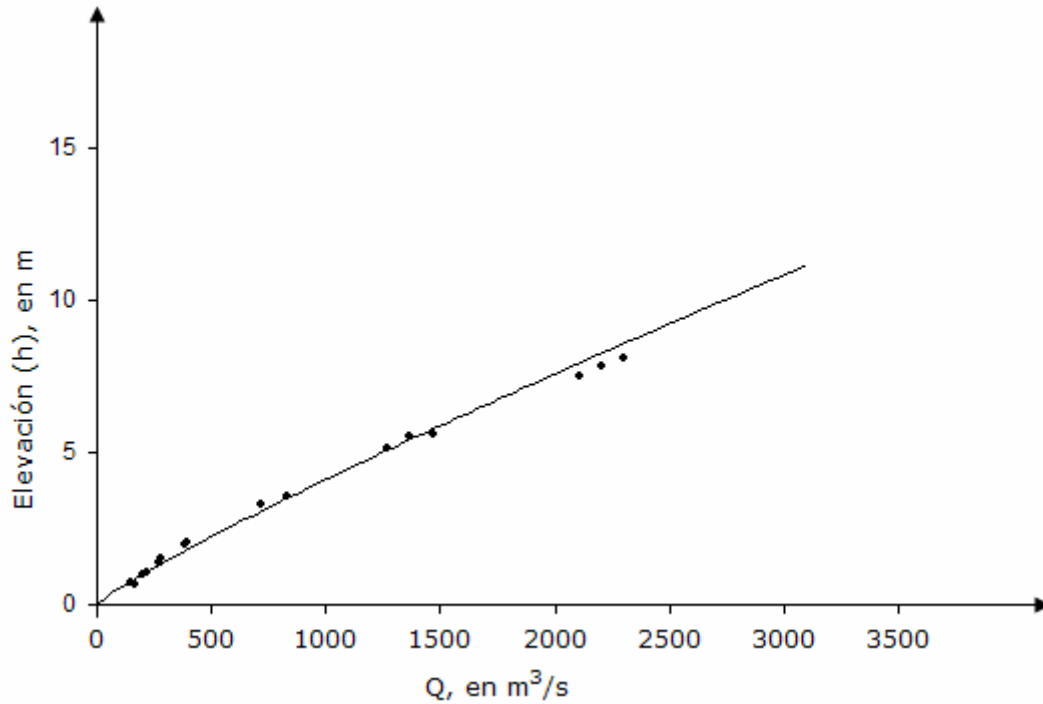


Figura 4.16. Curva elevaciones-gastos

**Ejemplo 4.3.** Gasto que pasa por una sección transversal de una corriente.

Calcular el gasto que pasa por la sección transversal de una corriente que ha sido aforada por el método del molinete. La figura 4.18 indica la sección transversal de la corriente, la cual ha sido dividida para su análisis en nueve secciones denominadas dovelas.

Para determinar el gasto es necesario medir la velocidad en varios puntos. En este problema se han seleccionado 10 puntos, que se representan en la figura 4.17. En cada punto se ha medido la velocidad media y la profundidad y sus resultados se indican en la tabla 4.2.

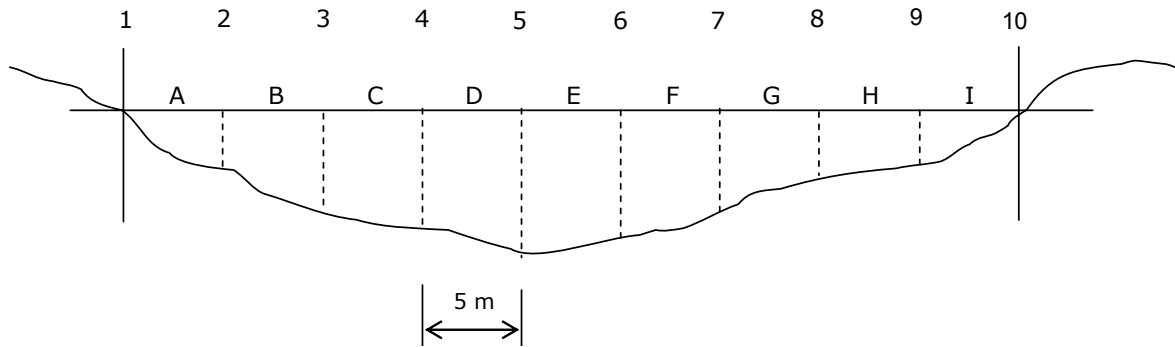


Figura 4.17. Sección transversal de la corriente

Tabla 4.2. Velocidad media y profundidades

Punto	Velocidad media, m/s	Profundidades, metros
1	0.00	0.00
2	0.17	0.35
3	0.33	0.48
4	0.38	0.68
5	0.47	0.91
6	0.41	0.73
7	0.32	0.61
8	0.24	0.33
9	0.18	0.21
10	0.00	0.00

**Solución:**

a) Se calcula el gasto  $Q$  con el auxilio de la expresión:

$$Q = - \sum_{i=1}^n [X_{i+1} - X_i] / 2 [V_i Y_i + V_{i+1} Y_{i+1}]$$

donde  $Q$  es el gasto que pasa por la sección;  $n$  el número de puntos de medición a lo ancho del cauce o canal;  $X$  la distancia horizontal desde alguna de las márgenes;  $V$  la velocidad representativa que se desea emplear (ya sea la velocidad media con la ecuación (4.5) o el valor medido al 40% del tirante);  $Y$  la profundidad en cada uno de los puntos de medición.

Dovela A:

$$q_A = \frac{(5-0)}{2} [0 (0) + 0.17 (0.35)] = 0.1488 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Dovela B:

$$q_B = \frac{(10-5)}{2} [0.17 (0.35) + 0.33 (0.48)] = 0.5448 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Dovela C:

$$q_C = \frac{(15-10)}{2} [0.33 (0.48) + 0.38 (0.68)] = 1.0420 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Dovela D:

$$q_D = \frac{(20-15)}{2} [0.38 (0.68) + 0.47 (0.91)] = 1.7153 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Dovela E:

$$q_E = \frac{(25-20)}{2} [0.47 (0.91) + 0.41 (0.73)] = 1.8175 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Dovela F:

$$q_F = \frac{(30-25)}{2} [0.41 (0.73) + 0.32 (0.61)] = 1.2363 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Dovela G:

$$q_G = \frac{(35-30)}{2} [0.32 (0.61) + 0.24 (0.33)] = 0.6860 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Dovela H:

$$q_H = \frac{(40-35)}{2} [0.24 (0.33) + 0.18 (0.21)] = 0.2925 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Dovela I:

$$q_I = \frac{(45-40)}{2} [0.18 (0.21) + 0 (0)] = 0.0945 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Una vez calculado el gasto  $q$  para cada dovola, el gasto total que pasa por la sección transversal de la corriente es:

$$Q = q_A + q_B + q_C + q_D + q_E + q_F + q_G + q_H + q_I = 7.5777 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q = 7.5777 \text{ m}^3 / \text{s}$$

**Ejemplo 4.4.** Volumen de escurrimiento directo y volumen base.

Calcular el volumen de escurrimiento directo y volumen base del hidrograma mostrado en la figura 4.18.

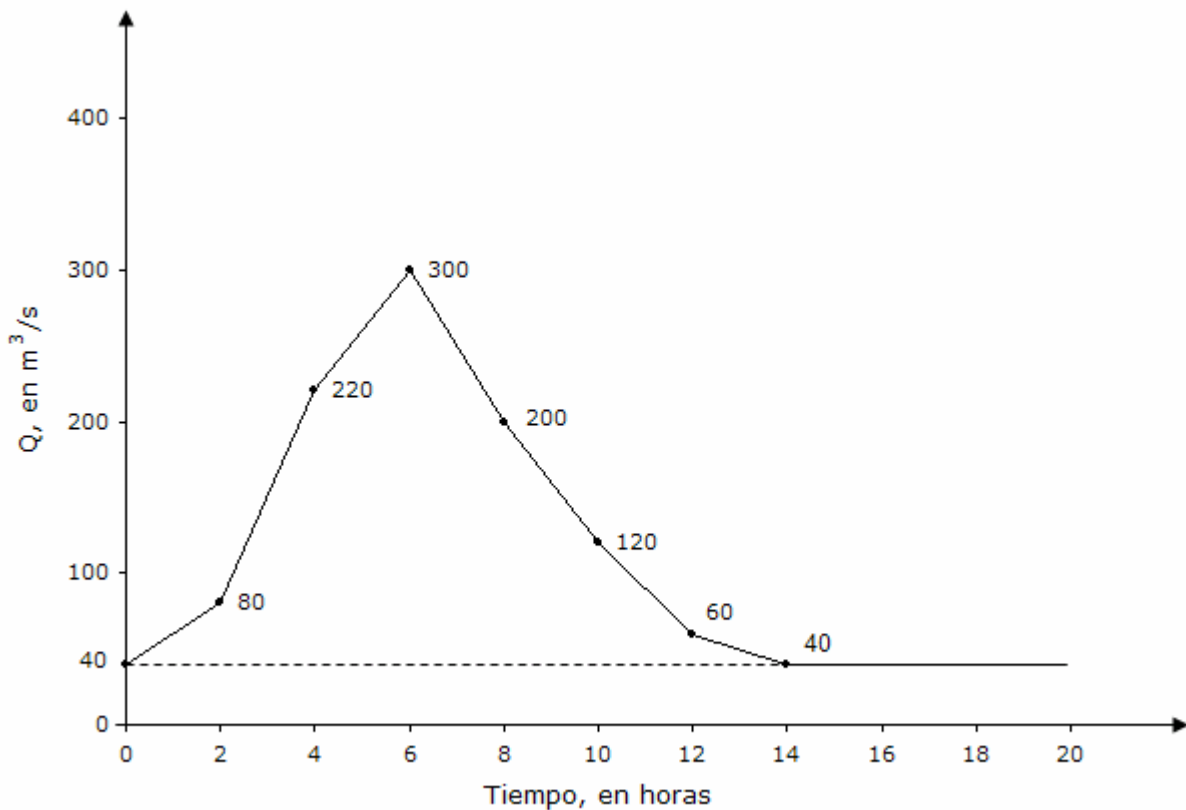


Figura 4.18. Hidrograma de escurrimiento total

**Solución:**

- a) Se separa el escurrimiento directo y el volumen base con el apoyo del hidrograma de escurrimiento total mostrado en la figura 4.18. En esta aplicación, el gasto base es constante y es igual a  $Q_B = 40 \text{ m}^3/\text{s}$ .

La magnitud del volumen base es:

$$V_{\text{BASE}} = \Delta t Q_B$$

donde  $\Delta t = 14 \text{ h}$ ;  $Q_B = 40 \text{ m}^3/\text{s}$

$$V_{\text{BASE}} = 14 (3600) (40) = 2.016 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{BASE}} = 2.016 \times 10^6 \text{ m}^3$$

- b) La magnitud del escurrimiento directo es igual al área bajo la curva definida por las diferencias de las ordenadas de escurrimiento total (figura 4.18) y el escurrimiento base. La figura 4.19 indica el hidrograma de escurrimiento directo.

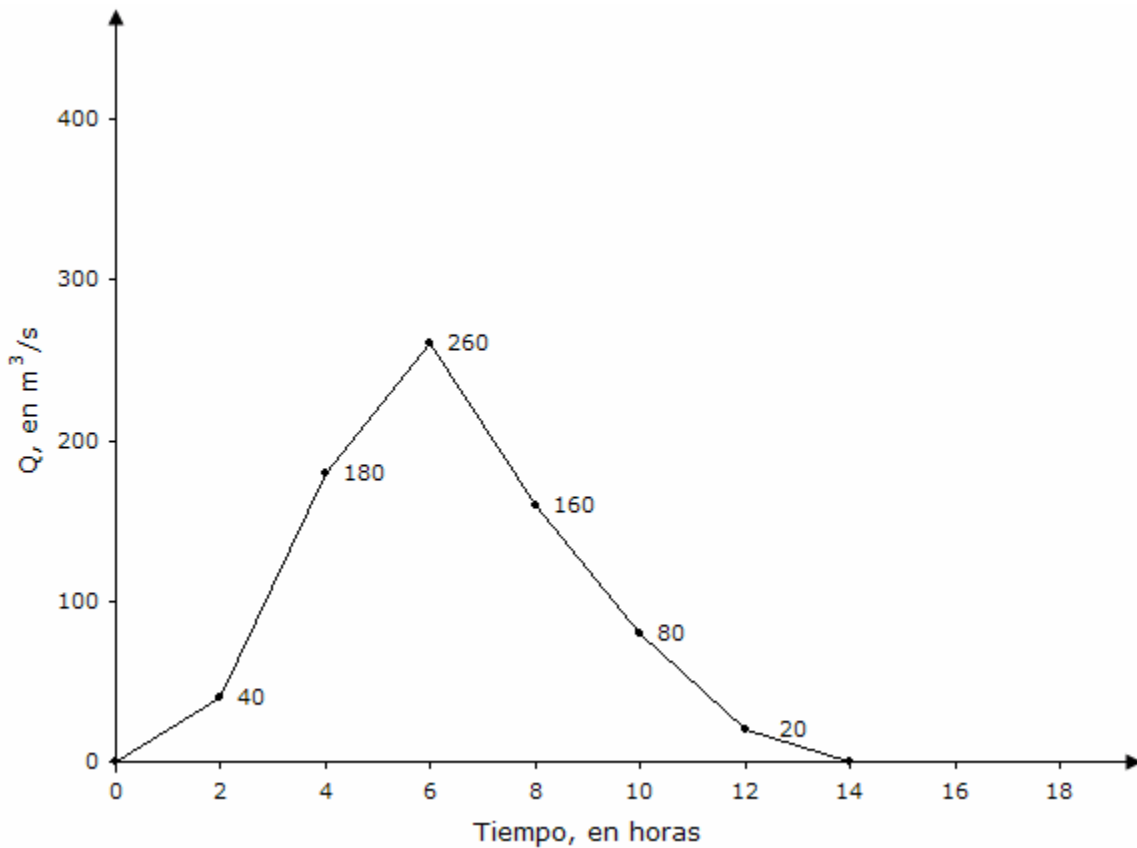


Figura 4.19. Hidrograma de escurrimiento directo



c). La magnitud del volumen de escurrimiento directo ( $V_{ED}$ ), es igual al área bajo la curva definida por la figura 4.19. Para el caso específico de un  $\Delta t$  constante, se determina con los valores de las figura 4.19 y la expresión siguiente:

$$V_{ED} = \Delta t \sum Q_i = 2 (3600) [40 + 180 + 260 + 160 + 80 + 20] = 5.328 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$V_{ED} = 5.328 \times 10^6 \text{ m}^3$$

## Referencias

- Bos, M. G. (1989). *Discharge measurements structures*. Editado por International Institute for Land Reclamation and Improvements, 3ª Edición, Publicación 20; Holanda.
- Chow, V. T., Maidment, D. R. y Mays, L. W. (1988). *Applied Hydrology*. Editorial Mc Graw-Hill; Estados Unidos de América.
- Dingman, S. L. (1994). *Physical Hydrology*. Editorial Prentice-Hall; Estados Unidos de América.
- Sotelo Ávila, G. (1995). *Hidráulica general. Volumen 1. Fundamentos*. Editorial Limusa-Noriega Editores; Decimosexta reimpresión; México.
- Viessman, W., Lewis, G.L. y Knapp, J.W. (1989). *Introduction to Hydrology*. Editorial Harper and Row, 3ª edición; Estados Unidos de América.

## **5. Infiltración**

### **5.1. Aspectos generales**

La cantidad de agua que atraviesa la superficie del terreno por unidad de tiempo y se desplaza al subsuelo recibe el nombre de ritmo o tasa de infiltración. Si el agua que se introduce al terreno por la superficie se desplaza a mayor profundidad, entonces se dice que ocurre la percolación.

Un porcentaje del agua infiltrada podrá desplazarse en forma lateral a través del material dispuesto abajo de la superficie del terreno, a lo que se denomina interflujo o flujo subsuperficial.

El terreno puede estar formado por un medio poroso (como son los suelos), por roca consolidada fracturada, o por una combinación de ambos. Las características particulares de cada uno de los medios que constituyen un terreno, influye en forma directa sobre el flujo del agua.

En las páginas siguientes se describe cada medio:

#### **a) Medio poroso**

Es aquel medio formado por partículas sólidas de diferentes tamaños y composiciones químicas, donde ocurren interacciones con el aire y el agua. Dependiendo de la relación entre aire y agua se clasificará al medio: como no saturado y saturado. En el primer caso, los espacios entre partículas sólidas están llenos de aire, excepto por una película de agua que se forma alrededor de la superficie de éstas y que es muy difícil de eliminar o extraer. En el segundo caso (medio poroso saturado), en la condición de saturación, el aire es expulsado de los espacios entre partículas casi en su totalidad, debido a la presencia del agua.

Si el medio poroso tiene contacto con la atmósfera a través de la superficie del terreno, entonces la posible infiltración dependerá de la condición hidráulica y de las características físicas del medio: si la condición es de saturación, la infiltración será despreciable; si el medio es no saturado, pero sus características físicas dificultan el paso de agua, entonces la infiltración será baja; si el medio es no saturado pero con características físicas que permiten que el agua se desplace fácilmente, entonces la infiltración será importante.

Cabe mencionar que la condición hidráulica y las propiedades físicas del medio poroso son fundamentales para su caracterización. A continuación se presentan algunos de los parámetros físicos de mayor uso:

- Diámetro de las partículas sólidas. El medio poroso se puede tamizar, de modo que se determine la proporción de tamaños de las partículas que lo componen. Los resultados se pueden presentar como una curva acumulada, donde las marcas de clase de los tamaños de partícula van en el eje horizontal, en una escala logarítmica; y en el eje vertical va el porcentaje retenido o que deja pasar cada tamiz. También se pueden presentar en un triángulo de textura, donde se puede clasificar el medio por la proporción que existe entre los diferentes tamaños.

- Densidad de las partículas. Las partículas sólidas se pueden caracterizar por medio de la expresión siguiente:

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad (5.1)$$

donde  $\rho_s$  es la densidad de las partículas sólidas;  $M_s$  es la masa de las partículas;  $V_s$  es el volumen que ocupan las partículas.

- Densidad del medio o de la muestra. La densidad del medio o de la muestra se puede determinar con el apoyo de la expresión:

$$\rho_m = \frac{M_s}{V_T} \quad (5.2)$$

donde  $\rho_m$  es la densidad del medio;  $M_s$  es la masa de las partículas;  $V_T$  es el volumen total (incluyendo partículas, agua y aire).

- Porosidad. Es la proporción de espacios entre partículas sólidas, por el volumen que ocupan éstas y su expresión es de la forma:

$$\phi = \frac{[V_{\text{aire}} + V_{\text{agua}}]}{V_t} = 1 - \frac{\rho_m}{\rho_s} \quad (5.3)$$

donde  $\phi$  es la porosidad;  $V_{\text{aire}}$  es el volumen asociado a la proporción de aire;  $V_{\text{agua}}$  es el volumen asociado a la proporción de agua.

- Porosidad efectiva. Es el porcentaje de los poros que están conectados entre sí. Este parámetro se relaciona con el agua que drena gravitacionalmente o bajo la influencia de una fuerza centrífuga.

- Contenido de humedad. Es la relación del volumen de agua con respecto al volumen total del medio; se expresa como se muestra a continuación:

$$\theta = \frac{V_{\text{agua}}}{V_t} = \frac{[M_{t \text{ húmedo}} - M_{t \text{ seco}}]}{[(V_t) \rho_{\text{agua}}]}$$

5.4)

donde  $\theta$  es el contenido de humedad;  $M_{t \text{ húmedo}}$  es la masa de la muestra húmeda del medio;  $M_{t \text{ seco}}$  es la masa de la muestra después de secarse en horno a 105 °C;  $\rho_{\text{agua}}$  es la densidad del agua.

- Grado de saturación. Es la proporción de poros que contienen agua, y se expresa por la expresión siguiente:

$$S = \frac{\theta}{\phi}$$

(5.5)

Por otra parte, la hidráulica tiene un campo de aplicación fecunda en la infiltración y hay un conjunto de parámetros que se utilizan en forma reiterada describiendo los de mayor uso a continuación:

- Carga hidráulica. Cuando el medio está saturado, entonces la condición energética del agua se expresa por

$$H = z + \frac{p}{\gamma_{\text{agua}}} + \frac{V^2}{2g}$$

(5.6)

donde  $z$  es la distancia al nivel de referencia;  $p$  la presión manométrica del agua;  $\gamma_{\text{agua}}$  el peso específico del agua;  $V$  la velocidad media en el medio (generalmente su valor es muy pequeño);  $g$  es la constante de aceleración gravitacional.

- Tensión mátrica. Cuando el medio es no saturado, entonces la presión del medio es menor que la atmosférica, por lo que su valor es negativo, es decir, es una tensión o succión.

- Conductividad hidráulica. Es el parámetro que indica que tan fácil le es al agua desplazarse de un lugar a otro bajo la influencia de un gradiente de presión o de tensión. En el caso del medio saturado, la conductividad hidráulica se mantendrá constante si las propiedades físicas no cambian en espacio y tiempo. En el medio no saturado, aún cuando las propiedades físicas sean constantes, la conductividad disminuirá a partir del valor asociado a la saturación, conforme cambie el valor de contenido de humedad o de tensión mátrica.

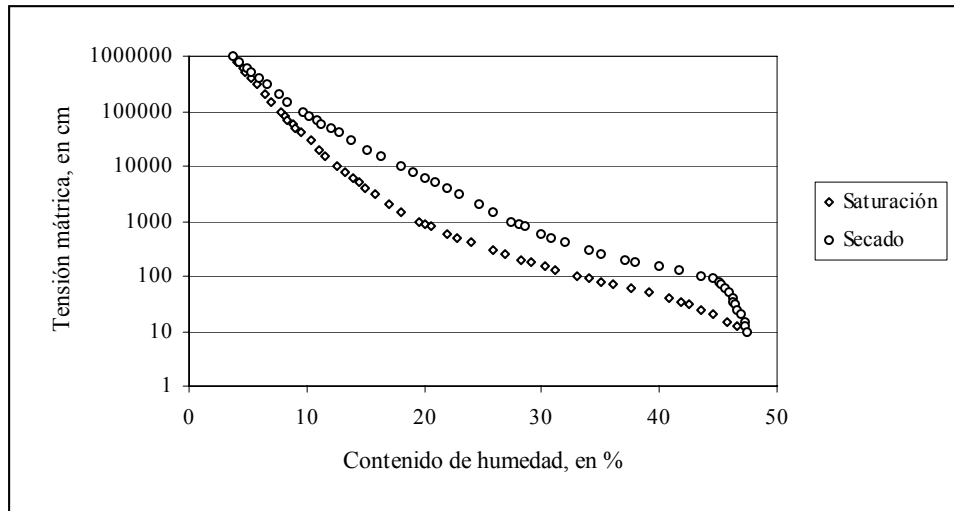
- Capacidad de campo. Cuando al medio poroso se le satura, y posteriormente se permite su drenado por acción gravitacional, a la condición final se le denomina capacidad de campo. Este es un límite hidráulico importante que tiene que ver con la actividad fisiológica de las plantas: el agua existente la pueden tomar fácilmente por medio de sus raíces, además de que existe suficiente aire para efectuar su proceso de respiración.

- Punto de marchitamiento perenne. Es el extremo opuesto a la capacidad de campo: una vez que se seca el medio, llegará un punto en el que la planta es incapaz de extraer el agua de la zona radicular.

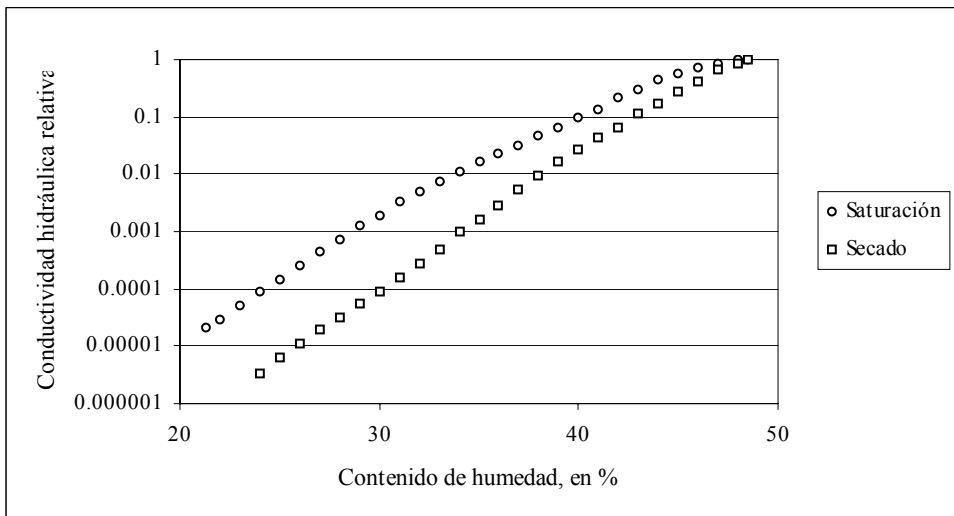
Como se mencionó anteriormente, la condición de medio no saturado implica que la conductividad hidráulica varía con los cambios de contenido de humedad y de tensión mátrica.

Debido a esto, es necesario obtener dos curvas características: la curva de "contenido de humedad contra tensión mátrica" y la curva de "conductividad hidráulica contra contenido de humedad o tensión mátrica".

Los dos tipos de curvas características (Mualen, 1976) se representan en forma esquemática con el auxilio de la figura 5.1.



*Curva contenido de humedad contra tensión mátrica*



*Curva conductividad hidráulica contra contenido de humedad o tensión mátrica*

*Figura 5.1. Curvas características del medio no saturado*

El análisis de las curvas de la figura 5.1 ofrece información importante del fenómeno del flujo de agua en el medio no saturado. En el extremo inferior derecho se localiza el punto de saturación, donde el contenido de humedad es  $\theta_s$ ; conforme el valor de contenido de humedad disminuye, la curva tiende a un valor residual  $\theta_r$ . La tensión mátrica tiende a cero cuando el contenido de humedad se aproxima a la condición de saturación, y crece por algunos ordenes de magnitud cuando el medio está muy seco, cuando se tiende al contenido de humedad residual. El punto de inflexión cercano a la condición

de saturación recibe el nombre de punto de entrada del aire, y corresponde al vaciado de los espacios entre partículas sólidas.

En el flujo del agua en el medio no saturado se presenta la histéresis. En efecto, si se parte de la condición de saturación y se continúa con el secado, entonces los valores de tensión mátrica serán mayores que aquéllos que se presentan cuando la condición inicial es un suelo muy seco y se desea saturar.

Las curvas que unen las dos condiciones extremas, contenidos de humedad a saturación y residuales, se llaman curvas principales de secado o de saturación, según sea el caso. Si en cualquier momento, la condición cambia en cualquier punto de las curvas principales fuera de los extremos, entonces se formarán las curvas parciales que tenderán a la curva principal opuesta. En lo que respecta a la curva de conductividad hidráulica, se tiene un comportamiento descendente con el aumento del valor absoluto de la tensión mátrica.

Es importante señalar la conveniencia de utilizar una variable adimensional como lo es el grado de saturación efectivo, expresado por (Hillel, 1980):

$$S_e = \frac{[\theta - \theta_r]}{[\theta_s - \theta_r]}$$

(5.7)

## b) Medio fracturado

Existen modelos simplificados para tratar el medio fracturado, pero lo cierto es que se requiere de mayor avance en las investigaciones de este tópico. Si el medio fracturado está saturado, entonces se cumple la ley del cubo, suponiendo que las paredes son lisas y paralelas:

$$Q = \frac{\rho_{\text{agua}} g b^3 w}{[12 \mu] \partial h / \partial L}$$

(5.8)

donde **Q** es el gasto; **b** es la abertura de la fractura; **w** es el ancho del tramo de la fractura; **μ** es la viscosidad; **g** es la constante de aceleración gravitacional; **∂h/∂L** es el gradiente hidráulico en la dirección del flujo.



### **c) Combinación de diferentes medios**

Este es el caso más general, ya que se analiza un medio heterogéneo. Para lograr esto se tiene que recurrir a la simulación numérica en dos y tres dimensiones; además, se requiere de un avance mayor en la comprensión de la física del fenómeno en cuestión.

## **5.2. Factores que afectan a la capacidad de infiltración**

La infiltración es el movimiento del agua a través de la superficie del suelo y hacia adentro del mismo y es provocado por la acción de las fuerzas de gravitación y de capilaridad y para su análisis es necesario conocer varios factores cuyas características se describen a continuación.

- Lámina de agua dispuesta en la superficie del terreno. La infiltración a través de la superficie del terreno depende del valor de la lámina de agua, así como del tiempo que permanezca en esa misma condición.

- Conductividad hidráulica de la superficie del terreno. El valor mínimo de la capacidad de infiltración es igual a la conductividad hidráulica saturada. Si existe vegetación o el suelo presenta alguna estructura, entonces la capacidad de infiltración aumenta considerablemente. Si el estrato superior del suelo contiene material arcilloso, la capacidad de infiltración será grande en los primeros instantes, disminuyendo conforme transcurre el tiempo. El arrastre de sedimentos finos a mayor profundidad y la actividad humana cambian también la capacidad de infiltración de un suelo.

- Contenido de agua en los estratos de suelo someros. Si el contenido de humedad del estrato más somero del suelo está cercano a la saturación, la capacidad de infiltración será baja. En el caso de que los estratos a mayor profundidad muestren una conductividad hidráulica menor que en los estratos superiores, entonces la saturación se lleva a cabo desde la superficie.

- Pendiente de la superficie y rugosidad. Si la pendiente de la superficie es considerable, se desarrollará el flujo superficial sobre el terreno impidiendo que la lámina de agua sobre el suelo alcance los valores que se esperan cuando las pendientes son pequeñas. La rugosidad de la superficie influirá en la velocidad que puede alcanzar el escurrimiento superficial sobre el terreno: a mayor rugosidad, el escurrimiento será más lento y la oportunidad de infiltración aumenta; si la superficie está menos accidentada, el escurrimiento será más rápido, disminuyendo la capacidad de infiltración.

- Características químicas de la superficie del suelo. La vegetación y los microorganismos de los suelos producen diversas sustancias que son repelentes al agua, provocando que por su efecto en ciertas partes de la superficie del terreno la capacidad de infiltración disminuya.

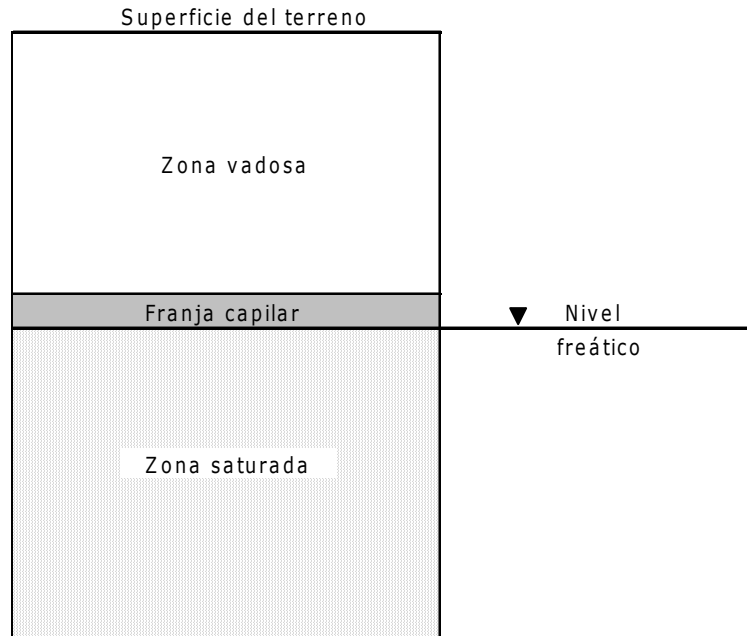
- Propiedades físicas y químicas del agua. El cambio de temperatura en un suelo provoca un cambio en la conductividad hidráulica. Esto se debe a la dependencia de las propiedades físicas del agua con la temperatura: a mayor temperatura, valores mayores de conductividad.

Por su parte, es importante recalcar que si el agua posee altos contenidos de sólidos disueltos, es posible que parte de estos se depositen en los intersticios del medio poroso, disminuyendo con el tiempo la conductividad hidráulica.

### **5.3. Medición de la infiltración**

En general, el perfil hídrico del medio poroso puede representarse esquemáticamente tal como puede observarse en la figura 5.2. Entre la superficie del terreno y el plano que representa al nivel freático (aquella superficie saturada con un valor de presión igual al de la atmósfera) se encuentra la zona no saturada o zona vadosa, con valores de presión menores a la atmosférica (tensión).

Ahora bien, dependiendo de la textura del medio poroso, se podrá desarrollar en la zona vadosa una franja cercana al nivel freático denominada franja capilar, en la cual los valores de presión son muy cercanos a la presión atmosférica, sin llegar a la igualdad.



*Figura 5.2. Representación esquemática del perfil hídrico del medio poroso*

La condición de no saturación en la zona vadosa puede cambiar con el tiempo, ya que al ocurrir la infiltración se puede alcanzar la saturación.

Ahora bien, para medir la infiltración y los cambios de la condición hidráulica del medio se utilizan las técnicas de la tensión mátrica, contenido de humedad, conductividad y difusividad hidráulica y los instrumentos tales como los infiltrómetros.

#### **a) Medición de la magnitud de la infiltración**

La obtención del valor de la infiltración, o capacidad de infiltración, depende de mediciones volumétricas y de área en un determinado tiempo; para ello se consideran las situaciones siguientes:

1. Mantener en un área muy reducida una lámina de agua fija definida sobre la superficie del terreno durante un intervalo de tiempo;
2. Medir en un área reducida la variación en el tiempo de una lámina inicial;
3. Emplear en un área reducida un simulador de lluvia;
4. Hacer una medición de la variación de la tensión mátrica y/o del contenido de humedad en una zona extensa cuando se presentan las lluvias;

5. A nivel cuenca, se puede estimar un valor representativo de infiltración a través del análisis de hidrogramas.

Para los puntos 1 y 2, es de uso común el infiltrómetro, ya sea de cilindro simple o de doble cilindro. En el primer caso, se utiliza un cilindro de algún material rígido, pero que sus paredes no sean de espesor considerable, para evitar perturbar en demasía la superficie del terreno.

Una parte del cilindro se entierra lo suficiente para evitar que el agua que se vierta en su interior alcance la superficie del terreno. La parte que queda por encima de la superficie debe de tener una altura adecuada para evitar que el agua del interior se derrame.

Por su parte, si se mantiene una lámina constante dentro del cilindro, entonces se debe de implementar un dispositivo de medición de volúmenes como el mostrado en la figura 5.3 a).

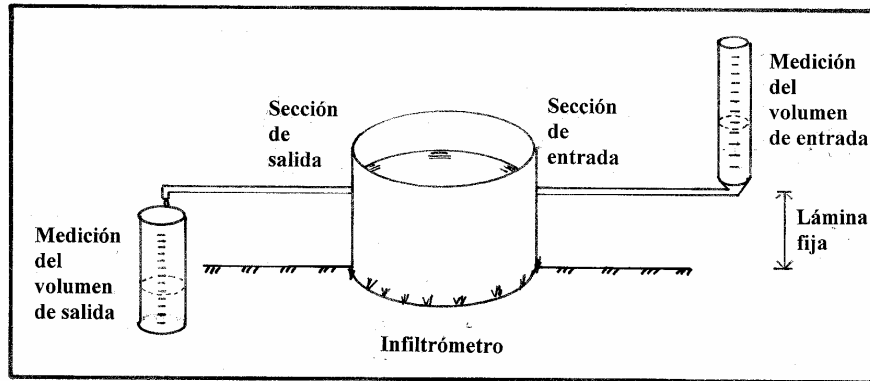
Por otro lado, si se emplea la variación de una lámina inicial (volumen inicial conocido) en el tiempo, se debe de contar con un dispositivo adecuado para ello, como el mostrado en la figura 5.3 b).

De acuerdo con Dingman (1994) generalmente, el diámetro del cilindro debe ser mayor a 0.15 m.

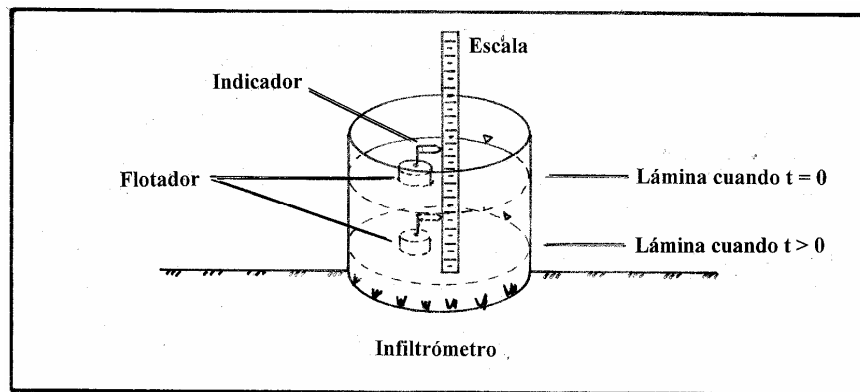
Un inconveniente del cilindro simple es la posibilidad de que el flujo lateral dentro del medio donde se lleva a cabo la prueba sea más importante que la componente vertical.

Para evitar esta situación se utiliza el infiltrómetro de doble cilindro: se colocan de manera concéntrica dos cilindros de diámetros diferentes (Dingman, 1994, sugiere 1.0 m para el interior y 1.2 m para el exterior); el agua se vierte primero en el anillo que se forma entre las paredes del cilindro exterior y del interior, de modo que se establezca una frontera de humedad que evite que el agua infiltrada en el cilindro interior se mueva en forma lateral.

Lo anterior implica que la medición del volumen o de la variación de la lámina se efectuará en el cilindro interior y en la figura 5.4 se muestra el esquema representativo de los dos infiltrómetros.



a). Lámina constante



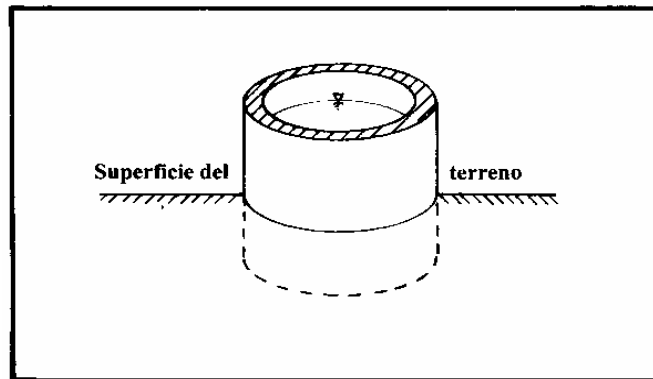
b). Lámina variable

Figura 5.3. Medición del volumen de infiltración

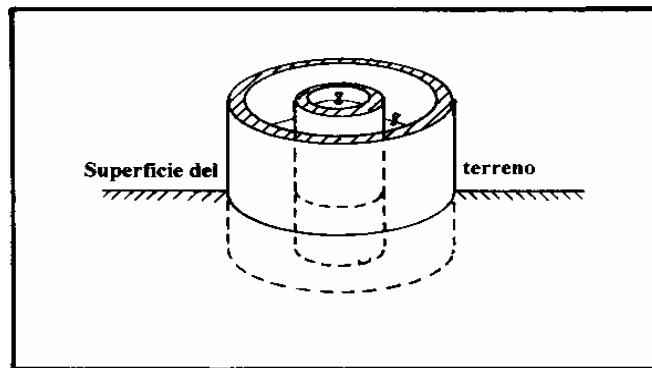
Para la medición de la magnitud de la infiltración en un área reducida se propone el uso de un simulador de lluvia, es decir, un dispositivo que funciona como una regadera; sin embargo, la distribución y tamaño de los orificios depende de las características de las lluvias que se presentan en la zona. Esto implica contar con una información muy específica, que difícilmente se puede obtener (tamaño representativo de las gotas de lluvia).

En la situación que se menciona en el punto 4 se pueden utilizar tensiómetros y/o bloques de yeso; también se pueden obtener muestras de suelo en diferentes tiempos (esto último para estimar la variación del contenido de humedad).

Los instrumentos se colocan en diversos puntos de una extensión de terreno a diferentes profundidades antes de cualquier evento de lluvia, registrando en intervalos de tiempo definidos, las variaciones en las mediciones. Al presentarse una lluvia, se podrá obtener la variación espacial de los valores de infiltración.



a). De cilindro simple



b). De doble cilindro

Figura 5.4. Infiltrómetros

## b) Medición de la tensión mátrica y del contenido de humedad

- Tensiómetros. Los tensiómetros son dispositivos de plástico de forma cilíndrica con una cápsula porosa en uno de los extremos; en el otro extremo se encuentra la tapa donde se vierte el agua y cercano a este punto se encuentra la conexión para instalar el manómetro. Estos instrumentos no pueden medir tensiones mayores a 0.8 bar; y para lograr mediciones adecuadas, se requiere el uso de agua sin aire o gas disueltos.

- Bloques de yeso. El uso de bloques de yeso es una forma relativamente fácil de medir la condición hidráulica de un suelo; para ello se requiere de un molde rectangular donde se pueda verter el yeso con las medidas siguientes: grueso del bloque, 1 cm; ancho 3 cm; largo 5 cm . Antes del vaciado del yeso, se colocan dos cables donde sus extremos tengan una longitud de 3.5 cm sin la cubierta de plástico, con una distancia mínima de separación de

entre 1 y 2 cm. Para emplear los bloques se requiere de la obtención de una curva de calibración a través del proceso descrito a continuación: en un recipiente abierto que sea capaz de contener una muestra de suelo de al menos 2 cm de espesor que contenga al bloque, se satura la muestra y se mide la resistencia eléctrica en el otro extremo del cable por medio de un voltímetro; si se permite el cambio del contenido de humedad a través de la evaporación o el drenado, se podrán realizar diferentes lecturas de resistencia para cada contenido de humedad.

El contenido de humedad se obtiene por medio de la expresión siguiente:

$$\theta = 100 \left[ \frac{A - B}{B} \right]$$

(5.9)

donde **A** es el peso del recipiente a saturación; y **B** es el peso del recipiente seco.

Los valores de resistencia para cada contenido de humedad se grafican y se ajusta una curva. Al finalizar la calibración del bloque, se coloca en campo y se procede a la toma de datos.

### **c) Estimación de la conductividad hidráulica y la difusividad hidráulica**

Aquí se presenta el método del drenaje (referido por Hillel, 1980) para determinar la relación de conductividad hidráulica y de la difusividad hidráulica con respecto a la tensión mátrica y el contenido de humedad.

En relación a la conductividad hidráulica se ha encontrado que cuando tiene lugar el movimiento del frente húmedo a profundidad, el gradiente  $\partial H / \partial z$  tiende a ser 1 y la conductividad hidráulica se puede expresar como el ritmo de drenado; si el perfil del suelo se drena de manera uniforme, el contenido de humedad puede suponerse que es una función del tiempo y no de la profundidad, entonces el flujo del agua, expresado por la ecuación de Richards se representa por la expresión:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [K(\theta) \partial H \partial z]$$

(5.10)

y se reduce, después de la integración, a la ecuación siguiente:

$$\frac{L}{\partial t} \frac{\partial \theta_m}{\partial z} = K \left[ \frac{\partial H}{\partial z} \right]_L$$

(5.11)

donde  $\theta$  es el contenido de humedad;  $\theta_m$  es el contenido de humedad promedio arriba de  $L$ , que es la profundidad;  $t$  es el tiempo;  $z$  es la coordenada vertical tomada como positiva en el sentido de la profundidad;  $K$  es la conductividad hidráulica;  $H$  es la carga hidráulica (suma del efecto gravitacional y de la tensión mátrica  $\psi$  medida con los tensiómetros).

Ahora bien, si se supone que la relación entre el contenido de humedad  $\theta$  y la tensión mátrica  $\psi$  es unívoca, entonces la ecuación (5.11) se puede escribir como:

$$L \left\{ \frac{d\theta}{d\psi} \right\} \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial t} \right\} = -K \left[ \frac{\partial H}{\partial z} \right]_L$$

(5.12)

donde la difusividad  $D$  se expresa por medio de la expresión:

$$D = K \left\{ \frac{d\psi}{d\theta} \right\} = L \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial t} \right\} / \left\{ \frac{dH}{dz} \right\}$$

(5.13)

Así, la difusividad hidráulica se puede determinar únicamente por medio del cambio de la tensión mátrica y del gradiente hidráulico. La instrumentación requerida consiste únicamente de algunos tensiómetros colocados a diferentes profundidades. Si el drenado en el perfil no es uniforme, entonces los valores calculados se toman a partir de valores promedio.

#### 5.4. Métodos para calcular la infiltración

El análisis cuantitativo de la infiltración se puede llevar a cabo utilizando la ecuación de Richards, considerada como el modelo matemático representativo del fenómeno del flujo en el medio poroso no saturado, a partir de la ecuación:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \left[ K(\Psi) \nabla (\Psi - z) \right]$$

(5.14)



donde  $\nabla$  es el operador nabla.

La solución general de la ecuación (5.14) es difícil, de modo que se ha resuelto para casos muy particulares, obteniendo así los métodos básicos para la cuantificación de la infiltración. A continuación se presentan algunos de los métodos más representativos.

### **a) Ecuación de Horton**

En este método se considera un valor inicial de capacidad de infiltración  $f_0$ , el cual disminuye exponencialmente hasta alcanzar un valor constante  $f_c$ . La variación de la capacidad de infiltración en el tiempo se expresa a través de la ecuación:

$$f(t) = f_c + (f_0 - f_c) \exp(-k t)$$

(5.15)

donde  $k$  es una constante con dimensiones  $[1/T]$ .

### **b) Ecuación de Phillip**

Se calcula la infiltración acumulada en el tiempo a través de la expresión siguiente:

$$F(t) = S t^{1/2} + K t$$

(5.16)

donde  $S$  es la sorptividad, que depende de la tensión mátrica  $\psi$ ;  $K$  es la conductividad hidráulica.

Asimismo, se sabe que la infiltración acumulada está relacionada con la capacidad de infiltración a través de la ecuación:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

(5.17)

así que la capacidad de infiltración se expresa por medio de la igualdad siguiente

$$f(t) = \left[ \frac{1}{2} \right] S t^{-1/2} + K$$

(5.18)

Por otra parte, si se analiza una columna de suelo horizontal, entonces se tiene:

$$F(t) = S t^{1/2}$$

(5.19)

### c) Método de Green y Ampt

La estimación de la infiltración acumulada con este método se lleva a cabo por medio de la expresión mostrada a continuación:

$$F(t) = K t + \Psi \Delta\theta \ln \left[ 1 + \frac{F(t)}{\Psi \Delta\theta} \right]$$

(5.20)

donde **K** es la conductividad hidráulica;  $\psi$  es la tensión mátrica;  $\Delta\theta$  es la diferencia del contenido de humedad a saturación menos el contenido de humedad de interés; **t** es el tiempo; **ln** es el logaritmo natural.

La ecuación de la capacidad de infiltración, una vez conocida la infiltración acumulada, presenta la forma siguiente:

$$f(t) = K \left[ \frac{\Psi \Delta\theta}{F(t)} + 1 \right]$$

(5.21)

Una suposición importante del método, es considerar despreciable la lámina de agua sobre la superficie del terreno.

En la figura 5.5 se muestra esquemáticamente la variación del contenido de humedad del suelo con respecto al tiempo, manteniendo una misma lámina de agua en la superficie del terreno.

El análisis de la infiltración depende de las condiciones de entrada, en este caso, la intensidad con la que llega el agua a la superficie del terreno.

Se presentan dos casos extremos: el primero, cuando la entrada es menor que la capacidad máxima del suelo de transmitir el agua, es decir, a su conductividad hidráulica; y el segundo cuando el ritmo de entrada es mayor que la conductividad hidráulica.

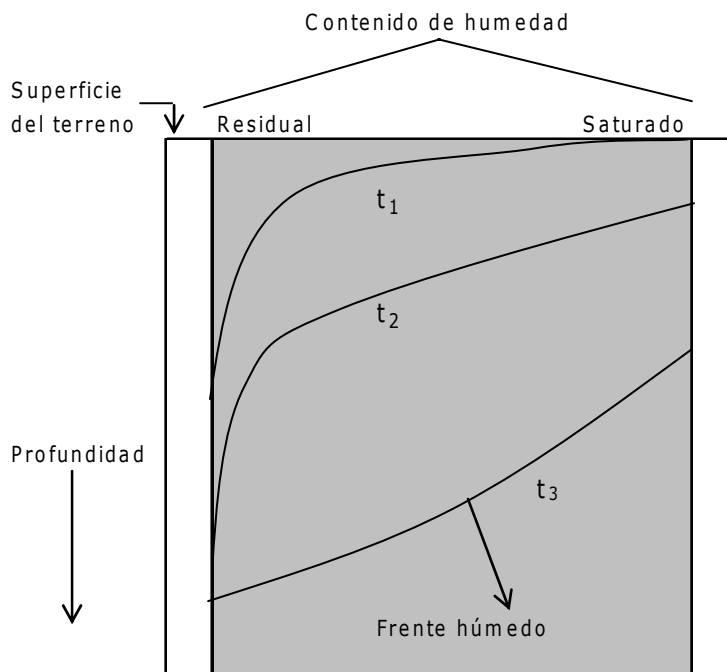
**d) Entrada menor que la conductividad hidráulica saturada.**

Si el ritmo de entrada del agua al suelo,  $w$ , es menor que la conductividad hidráulica saturada, entonces se llega a lo siguiente:

$$f(t) = w; \quad \text{para el intervalo } 0 < t < t_w$$

$$f(t) = 0; \quad \text{para } t \geq t_w$$

donde  $t_w$  es el tiempo que dura el evento  $w$ .



*Figura 5.5. Esquema de la variación del contenido de humedad en tiempo y profundidad*

### e) Entrada mayor que la conductividad hidráulica saturada.

Si el ritmo de entrada del agua al suelo,  $w$ , es mayor que la conductividad hidráulica saturada, entonces llegará un momento en el que la superficie del terreno alcance a saturarse.

Si el agua sigue entrando se acumulará, si es que la superficie es plana, o si posee pendiente se convertirá en escurrimiento potencial.

Para estimar el tiempo que transcurre desde el inicio del evento  $w$  hasta que la superficie se satura, se hace uso de las ecuaciones siguientes (Dingman, 1994):

$$F(t_s) = w t_s \quad (5.22)$$

Esta ecuación proporciona el valor de agua que se ha infiltrado al suelo hasta el tiempo de saturación  $t_s$ .

$$F(t_s) = z_f(t_s) [\phi - \theta_0] \quad (5.23)$$

donde  $z_f(t_s)$  es la profundidad promedio a la cual se encuentra el frente de humedad;  $\phi$  es la porosidad;  $\theta_0$  es el contenido de humedad antes de que ocurra el evento  $w$ .

Si se procede a sustituir la ecuación (5.22) en la (5.23) y se despeja el tiempo de saturación  $t_s$ , se obtiene la expresión:

$$t_s = \frac{z_f(t_s) [\phi - \theta_0]}{w} \quad (5.24)$$

Ahora bien, para determinar  $z_f(t_s)$  se utiliza la ley de Darcy aplicada al sistema superficie del terreno y la profundidad  $z_f$ , obteniendo la ecuación siguiente:

$$w = K_s - \frac{K_s [\Psi_f - \Psi_s]}{z_f(t_s)} \quad (5.25)$$

donde  $\Psi_f$  es la tensión mátrica efectiva;  $\Psi_s$  es la tensión mátrica a saturación (que es igual a cero);  $K_s$  es la conductividad hidráulica a saturación.

La tensión mátrica efectiva  $\Psi_f$  se puede definir, como lo indica Dingman (1994), a partir de las expresiones siguientes:

$$|\Psi_f| = \int_0^{|\Psi|^\infty} K(|\Psi|) / K_s d|\Psi|; \text{ con } |\Psi|^\infty \text{ representando valores muy grandes};$$

$$|\Psi_f| = k_f |\Psi_f|; \text{ con } k_f = 1 / [1 + 3/b]; \text{ b se puede obtener con el auxilio de la tabla 5.1};$$

$$|\Psi_f| = 0.76 |\Psi_f|$$

Por su parte, al despejar  $z_f$  de la ecuación (5.25) se obtiene que lo siguiente:

$$z_f(t_s) = \frac{K_s |\Psi|}{[w - K_s]} \quad (5.26)$$

Sustituyendo la ecuación (5.26) en la (5.24) se obtiene la ecuación del tiempo de saturación determinada con la igualdad:

$$t_s = \frac{[K_s |\Psi_f| (\phi - \theta_0)]}{[w (w - K_s)]} \quad (5.27)$$

Si el evento de entrada continúa después del tiempo de saturación, la capacidad de infiltración disminuirá según lo expuesto a continuación:

$$f(t) = K_s \left[ 1 + \frac{|\Psi_f| + y(t)}{z_f(t)} \right] \quad (5.28)$$

donde  $y(t)$  es una función para la nueva situación.

Por continuidad se sabe que se debe de cumplir la ecuación (5.23), y si se despeja para  $z_f(t)$ , y además se sustituye en la ecuación (5.28), se obtiene la expresión siguiente:

$$f(t) = K_s \left[ 1 + \frac{|\Psi_f| (\phi - \theta_0)}{F(t)} \right]$$

(5.29)

igualdad válida para cualquier tiempo posterior a la saturación de la superficie del terreno hasta el final del evento  $w$ .

Por otra parte, para relacionar la capacidad de infiltración  $f(t)$ , la infiltración acumulada  $F(t)$  y el tiempo, se requiere de la ecuación (5.17), la cual es una ecuación diferencial ordinaria de la forma  $f(t) = dF(t)/dt$  y que, al resolverla, se llega a la expresión mostrada a continuación:

$$t = \frac{[F(t) - F(t_s)]}{K_s} + \frac{|\Psi_f| (\phi - \theta_0)}{K_s} * \text{Ln} \left\{ \frac{F(t_s) + |\Psi_s| (\phi - \theta_0)}{F(t) + |\Psi_s| (\phi - \theta_0)} \right\}$$

(5.30)

En general, esta ecuación se resuelve en forma iterativa suponiendo valores iniciales de  $F(t)$ , siendo  $F(t) > F(t_s)$ , con el tiempo acotado en el intervalo  $[t_s, t_w]$ .

Finalmente, en la tabla 5.1 se presentan algunos parámetros representativos de los diferentes tipos de suelos y en la figura 5.6 se muestra una representación de los intervalos de las magnitudes de porosidad, capacidad de campo y punto de marchitamiento perenne (Dingman, 1994).

Tabla 5.1. Parámetros representativos de los suelos

Textura del suelo	Porosidad $\phi$ , (Desv. est)	$K_{s,r}$ , en cm/s	$ \Psi_s $ (Desv. est), en cm	b, Adimen- sional	Tensión frente de humedad, en cm
Arena	0.395 (0.056)	$1.76 \times 10^{-2}$	12.1 (14.3)	4.05 (1.78)	4.95 (0.97-25.36)
Arena migajón	0.410 (0.068)	$1.56 \times 10^{-2}$	9.0 (12.4)	4.38 (1.47)	6.13 (1.35-27.94)
Migajón arenoso	0.435 (0.086)	$3.47 \times 10^{-3}$	21.8 (31.0)	4.90 (1.75)	11.01 (2.67-45.47)
Migajón limoso	0.485 (0.059)	$7.20 \times 10^{-4}$	78.6 (51.2)	5.30 (1.96)	8.89 (1.33-59.38)
Franco	0.451 (0.078)	$6.95 \times 10^{-4}$	47.8 (51.2)	5.39 (1.87)	16.68 (2.92-95.39)
Migajón arcillo- arenoso	0.420 (0.059)	$6.30 \times 10^{-4}$	29.9 (37.8)	7.12 (2.43)	21.85 (4.42-108.00)
Migajón arcillo- limoso	0.477 (0.057)	$1.70 \times 10^{-4}$	35.6 (37.8)	7.75 (2.77)	20.88 (4.79-91.10)
Arcilloso	0.476 (0.053)	$2.45 \times 10^{-4}$	63.0 (51.0)	8.52 (3.44)	27.30 (5.67-131.50)
Arcillo-arenoso	0.426 (0.057)	$2.17 \times 10^{-4}$	15.3 (17.3)	10.4 (1.64)	23.90 (4.08-140.20)
Arcillo-limoso	0.492 (0.064)	$1.03 \times 10^{-4}$	49.0 (62.1)	10.4 (4.45)	29.22 (6.13-139.40)
Arcilla	0.428 (0.050)	$1.28 \times 10^{-4}$	40.5 (39.7)	11.4 (3.70)	31.63 (6.39-156.30)

Fuente: Dingman (1994).

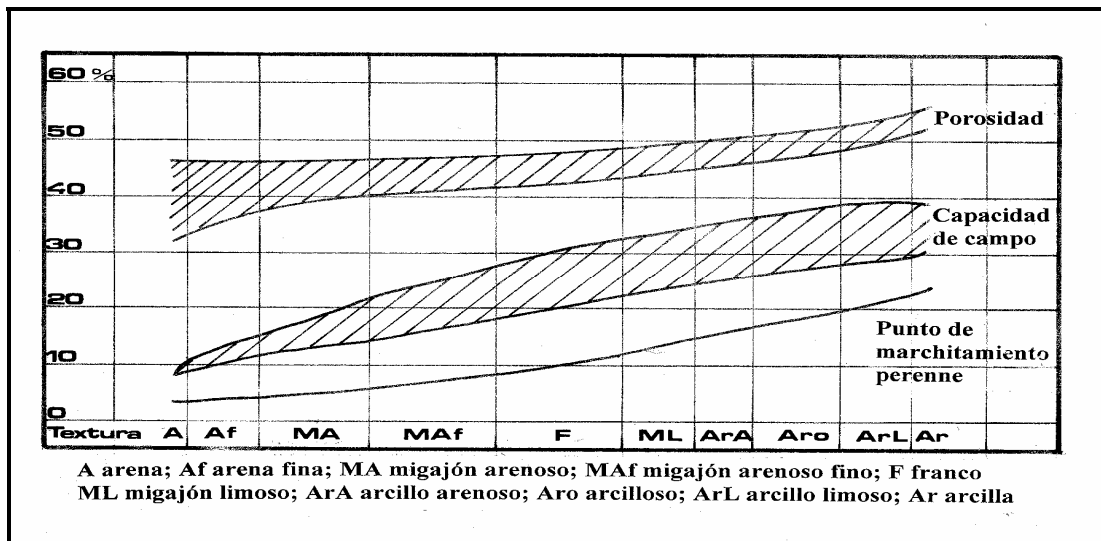


Figura 5.6. Intervalos de magnitud de la porosidad, la capacidad de campo y el punto de marchitamiento perenne de los suelos

## 5.5. Métodos empíricos

Este tipo de métodos se aplican cuando se tienen registros simultáneos de lluvias y escurrimientos en una cuenca hidrológica.

Las pérdidas definidas como la diferencia entre el volumen de agua que llueve en una cuenca y el que escurre por su salida, se determinan con la expresión:

$$V_p = V_{LL} - V_{ED}$$

(5.31)

donde  $V_p$  es el volumen de pérdidas;  $V_{LL}$  es el volumen total de lluvia;  $V_{ED}$  es el volumen de escurrimiento directo.

El volumen total de lluvia se obtiene al multiplicar la altura de precipitación media por el área total de la cuenca, mientras que el volumen de escurrimiento directo es igual al producto del área de la cuenca por la lluvia en exceso o también es igual al área del hidrograma de escurrimiento directo.

En general, las pérdidas están constituidas por 4 factores: la intercepción en el follaje de las plantas y en los techos de las construcciones; la retención en depresiones o charcos (que posteriormente se evapora o se infiltra lentamente); la evaporación; y la infiltración.

En la práctica es difícil separar los cuatro componentes que integran las pérdidas, ya que no se pueden vincular estrechamente entre sí y la porción más considerable de las pérdidas está dada por la infiltración, por lo que es costumbre calcularlas conjuntamente bajo este nombre.

Por su parte, a la altura de precipitación que resulta de restar a la altura total, la producida por las pérdidas, se le conoce como altura de lluvia en exceso o efectiva y es la que da origen al escurrimiento directo.

La lluvia efectiva total que produce el escurrimiento directo es igual a:

$$P_e = \frac{V_{ED}}{A_c}$$

(5.32)

donde  $P_e$  es la lluvia efectiva total;  $V_{ED}$  es el volumen de escurrimiento directo;  $A_c$  es el área de la cuenca.



A continuación se presentan algunos de los métodos empíricos más representativos y de uso más común en la Hidrología.

### **a) Criterio de la capacidad de infiltración media**

Este criterio supone que la capacidad de infiltración es constante durante la ocurrencia de una tormenta y a esta capacidad de infiltración se le denomina índice de infiltración media  $\phi$ .

En el caso de tener disponible un registro simultáneo de precipitación y escurrimiento de una tormenta, el índice de infiltración media  $\phi$  se determina con el procedimiento siguiente:

1. Del hidrograma de la avenida se separa el gasto base y se calcula el volumen de escurrimiento directo.
2. Se estima la altura de lluvia en exceso o efectiva  $P_e$ , al dividir el volumen de escurrimiento directo entre el área de la cuenca, aplicando la ecuación (5.32).
3. Se evalúa el índice de infiltración media  $\phi$  trazando una línea horizontal en el hietograma de la tormenta y a partir de un proceso de prueba y error se determina que la suma de las alturas de precipitación que se ubican arriba de esa línea sea igual a la altura de lluvia efectiva  $P_e$ .

El índice de infiltración media  $\phi$  será igual a la altura de precipitación correspondiente a la línea horizontal dividida entre el intervalo de tiempo  $\Delta t$  que dure cada barra del hietograma.

### **b) Criterio del coeficiente de escurrimiento**

El criterio del coeficiente de escurrimiento considera que las pérdidas son proporcionales a la intensidad de la lluvia, es decir, con la suposición anterior el coeficiente de escurrimiento  $C$  es igual al cociente del volumen de escurrimiento directo entre el volumen total de lluvia.

$$C = \frac{V_{ED}}{V_{LL}}$$

(5.33)

Cuando el área de drenaje esta constituida por diferentes tipos de cubierta y superficies, el coeficiente de escurrimiento  $C$  puede obtenerse en función de

las características de cada porción del área como un promedio ponderado, con el apoyo de la expresión:

$$C = \frac{C_1 A_1 + C_2 A_2 + C_3 A_3 \dots + C_n A_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}$$

(5.34)

donde  $C_i$  es el coeficiente de escurrimiento que corresponde al área parcial  $A_i$ ;  $A_i$  es el área parcial  $i$  que tiene un cierto tipo de superficie.

Algunos autores han establecido valores representativos para diferentes tipos de área por drenar y en los principales manuales y libros de texto se encuentran valores promedio para un espectro amplió de áreas por drenar.

### **c) Criterio del Servicio de Conservación de Suelos de los Estados Unidos de América (USSCS)**

La hipótesis de este criterio establece que la relación entre el coeficiente de escurrimiento y la altura de precipitación total de una tormenta esta representada por la expresión:

$$C = \frac{(P - 0.2 S)^2}{P^2 + 0.8 S P}$$

(5.35)

donde  $C$  es el coeficiente de escurrimiento;  $P$  es la altura total de precipitación de la tormenta;  $S$  es un parámetro por determinar con las mismas unidades de  $P$ .

En la práctica el parámetro  $S$  se puede estimar si se conocen varias parejas de valores ( $P, C$ ); el valor de  $S$  puede tomarse como aquél en el cual la variancia del error cometido al calcular  $C$  con el apoyo de la ecuación (5.35), con respecto al coeficiente de escurrimiento real, sea mínima.

### **d) Método de los números de escurrimiento**

En los criterios anteriores es necesario que la cuenca esté aforada, es decir, que se hayan medido gastos de salida al mismo tiempo que las precipitaciones que los producen.

Sin embargo, dado que un gran número de cuencas de nuestro país no están aforadas y no se dispone de datos, se recurre a métodos estructurados a partir de la lluvia total y de las características de la cuenca.

El Servicio de Conservación de Suelos de los Estados Unidos de América (1975) propone un método llamado de los "números de escurrimiento", el cual reúne las características mencionadas.

La altura de lluvia total  $P$  se relaciona con la altura de lluvia efectiva  $P_e$ , a través de la expresión matemática:

$$P_e = \frac{\left[ P - \frac{508}{N} + 5.08 \right]}{P + \frac{2032}{N} - 20.32}$$

(5.36)

donde  $P$  es la altura de lluvia total, en cm;  $P_e$  es la altura de lluvia efectiva, en cm;  $N$  es el número de escurrimiento.

El número de escurrimiento  $N$  depende del uso, tipo y composición del suelo y del tratamiento, pendiente y estado de humedad del terreno.

La tabla 5.2 muestra la clasificación de los suelos y posteriormente, en función del uso del suelo, de la condición de la superficie de la cuenca y de la pendiente del terreno, se podrá conocer el valor del número de escurrimiento  $N$  con el auxilio de la tabla 5.3.

Para diferentes tipos de superficie en la cuenca de estudio, el valor de  $N$  se determina como un promedio pesado a partir de la expresión siguiente:

$$N = \frac{N_1 A_1 + N_2 A_2 + \dots + N_n A_n}{A_c}$$

(5.37)

El número de escurrimiento obtenido con la ecuación (5.36) se debe afectar por un factor de corrección que considere la lluvia antecedente. Es decir, si hubo lluvia cinco días antes utilizando la tabla 5.4 se hace una corrección de acuerdo con la cantidad de lluvia que se haya registrado.

Además, en la misma tabla aparecen las magnitudes del factor de corrección por el cual se debe afectar el valor de  $N$  dependiendo del tipo de corrección A o B.

*Tabla 5.2. Clasificación de suelos*

Tipo de suelo	Características
Tipo A	Arenas con poco limo y arcilla de tamaño medio (escurrimiento mínimo)
Tipo B	Arenas finas y limos orgánicos e inorgánicos, mezclas de ambos
Tipo C	Arenas muy finas, limos y bastante arcilla
Tipo D	Arcillas en grandes cantidades; suelos poco profundos con subhorizontes casi impermeables (escurrimiento máximo)

Tabla 5.3. Valor del número de escurrimiento  $N$ , según uso y tipo de suelo, condición de la cuenca y pendiente del terreno

Uso de la tierra o cobertura	Condición de la superficie	Pendiente terreno, en %	Tipo de suelo			
			A	B	C	D
Bosques (sembrados y cultivados)	Ralo, baja transpiración	-----	45	66	77	83
	Normal, transpiración media	-----	36	60	73	79
	Espeso o alta transpiración	-----	25	55	70	77
Caminos	De tierra	-----	72	82	87	89
	Superficie dura	-----	74	84	90	92
Bosques naturales	Muy ralo o baja transpiración	-----	56	75	86	91
	Ralo, baja transpiración	-----	46	68	78	84
	Normal, transpiración media	-----	36	60	70	76
	Espeso o alta transpiración	-----	26	52	62	69
Descanso (sin cultivo)	Muy espeso, alta transpiración	-----	15	44	54	61
	Surcos rectos	-----	77	86	91	94
Cultivos en surco	Surcos rectos	> 1	72	81	88	91
	Surcos rectos	< 1	67	78	85	89
	Surcos en curvas de nivel (contorneo)	> 1	69	79	84	88
	Surcos en curvas de nivel (contorneo)	< 1	65	75	82	86
	Terrazas	> 1	66	74	80	82
	Terrazas	< 1	62	71	78	81
Leguminosas (sembradas con maquinaria o al voleo) o praderas con rotación	Surcos rectos	> 1	66	77	85	89
	Surcos rectos	< 1	58	72	81	85
	Surcos en curvas de nivel	> 1	64	75	83	85
	Surcos en curvas de nivel	< 1	55	69	78	83
	Terrazas	> 1	63	73	80	83
	Terrazas	< 1	51	67	76	80
Pastizal	-----	> 1	68	79	86	89
	-----	< 1	39	61	74	80
	Contorneo	> 1	47	67	81	88
	Contorneo	< 1	6	65	70	79
Potrero permanente	-----	-----	30	58	71	78
Cereales	Surcos rectos	> 1	65	76	84	88
	Surcos rectos	< 1	63	75	83	87
	Contorneo	> 1	63	74	82	85
	Contorneo	< 1	61	73	81	84
	Terrazas	> 1	61	72	79	82
	Terrazas	< 1	59	70	78	81
Superficie impermeable	-----	-----	100	100	100	100

Tabla 5.4. Factor de corrección del número de escurrimiento  $N$ , según la precipitación antecedente

N	Corrección A	Corrección B
10	0.40	2.22
20	0.45	1.85
30	0.50	1.67
40	0.55	1.50
50	0.62	1.40
60	0.67	1.30
70	0.73	1.21
80	0.79	1.14
90	0.87	1.07
100	1.00	1.00

Si 5 días antes hubo lluvia	Menor de 2.5 cm;	Corrección A
	Entre 2.5 y 5 cm;	Sin corrección
	Mayor de 2.5 cm;	Corrección B

**Ejemplo 5.1.** Coeficiente de escurrimiento de una cuenca hidrológica con diferentes tipos de superficie.

Calcular el coeficiente de escurrimiento de una cuenca que drena un área de  $3.9 \text{ km}^2$  y está constituida por los tipos de superficie descritos en la tabla 5.5.

Tabla 5.5. Tipo de superficie y coeficiente de escurrimiento

Tipo de superficie	Área, %	C
Bosque	55	0.20
Tierra desnuda	10	0.60
Pavimento bituminoso	20	0.85
Campos cultivados	15	0.10

**Solución:**

a) Como el área de drenaje está constituida por diferentes tipos de cubierta vegetal, el valor del coeficiente de escurrimiento representativo, el cual es

función del área de influencia de cada tipo de superficie, se determina con la expresión:

$$C = \frac{C_1 A_1 + C_2 A_2 + C_3 A_3 \dots + C_n A_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}$$

$$C = \frac{3.9 [(0.20) (0.55) + (0.60) (0.10) + (0.85) (0.20) + (0.10) (0.15)]}{3.9 (0.55 + 0.10 + 0.20 + 0.15)}$$

$$C = 0.36$$

**Ejemplo 5.2.** Lluvia efectiva  $P_e$  de una cuenca con diferentes superficies de drenaje.

Calcular la altura de lluvia efectiva  $P_e$  de una cuenca cuya área es de 21.5 km<sup>2</sup>. El área de drenaje está formada por bosques naturales en su mayor parte y por un tramo de carretera cuyos porcentajes son: bosque espeso 28% de alta transpiración; bosque normal 64% de transpiración media; y la carretera ocupa un 8% (Fuentes y Franco, 1999).

El suelo está formado por arenas finas y limos orgánicos. La longitud del cauce principal es de 14.4 km con una pendiente media de  $S=0.0013$ . Se tiene una estación climatológica y una de aforo dentro de la cuenca y, con base en la información recabada en las estaciones, se puede deducir que el gasto base es nulo. Cuando ocurren tormentas en la zona de captación, la lluvia antecedente es mayor de 5 cm.

Del análisis de intensidades máximas se obtuvo que la curva  $i-d-T_r$ , para un periodo de retorno de 10 años, está representada por la figura 5.7.

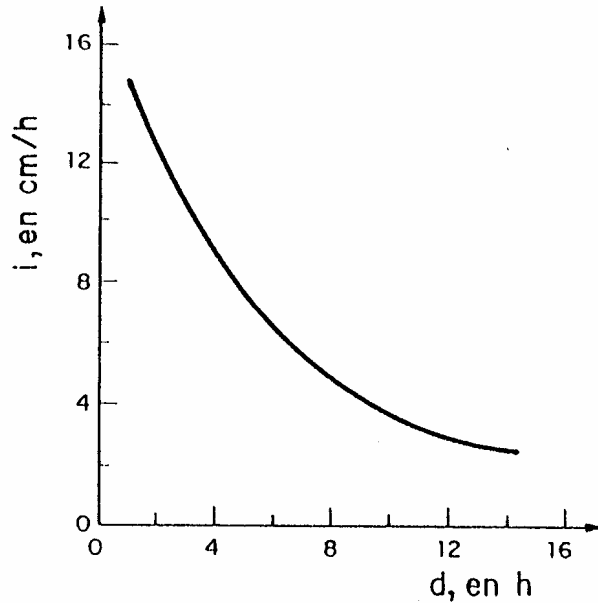


Figura 5.7. Curva intensidad-duración-periodo de retorno

**Solución:**

a) Con las características de los suelos en la superficie de la cuenca, se determina que predomina un tipo de suelo B. Con el auxilio de la tabla 5.3 se procede a determinar los valores del número de escurrimiento N y su porciones de área correspondientes:

$$N_1 = 52, \quad A_1 = 0.28 (21.5) = 6.02 \text{ km}^2$$

$$N_2 = 60, \quad A_2 = 0.64 (21.5) = 13.76 \text{ km}^2$$

$$N_3 = 100, \quad A_3 = 0.08 (21.5) = 1.72 \text{ km}^2$$

b) Para diferentes tipo de superficie, el valor del número de escurrimiento N se calcula con el auxilio de la expresión (5.37):

$$N = \frac{N_1 A_1 + N_2 A_2 + N_3 A_3}{A_c} = \frac{52 (6.02) + 60 (13.76) + 100 (1.72)}{21.5} = 61$$

$$N = 61$$

c) Cuando ocurren tormentas en la cuenca, la precipitación antecedente es mayor de 5 cm y de acuerdo con la tabla 5.4, se deduce que por este



concepto la corrección es de tipo B. Interpolando los valores de la tabla mencionada se obtuvo un factor de 1.29 y por consiguiente:

$$N = 1.29 (61) = 78.6$$

d) Con el apoyo de la fórmula de Kirpich se determina la duración de la lluvia:

$$t_c = 0.0003245 \left[ \frac{L}{\sqrt{S}} \right]^{0.77} = 0.0003245 \left[ \frac{14,400}{\sqrt{0.0013}} \right]^{0.77} = 6.67 \text{ h}$$

$$t_c = d = 6.67 \text{ h}$$

e) Se estima la lluvia total P con ayuda de la curva i-d-Tr, para un periodo de retorno de 10 años. Con la figura 5.3 se obtiene que para d = 6.67 h, la i = 6 cm/h y por consiguiente:

$$P = i (d) = 6 (6.67) = 40.02 \text{ cm}$$

$$P = 40.02 \text{ cm}$$

f) La lluvia efectiva  $P_e$  se calcula con la ecuación (5.36):

$$P_e = \frac{\left[ P - \frac{508}{N} + 5.08 \right]^2}{P + \frac{2032}{N} - 20.32} = \frac{\left[ 40.02 - \frac{508}{78.6} + 5.08 \right]^2}{40.02 + \frac{2032}{78.6} - 20.32}$$

$$P_e = 32.8 \text{ cm}$$

### **Ejemplo 5.3.** Índice de infiltración media $\phi$ de una tormenta

En una cuenca hidrológica de 36 km<sup>2</sup> se midieron el hietograma y el hidrograma mostrados en la figura 5.8. Determinar el índice de infiltración media para la tormenta registrada a partir de la lluvia y el escurrimiento.

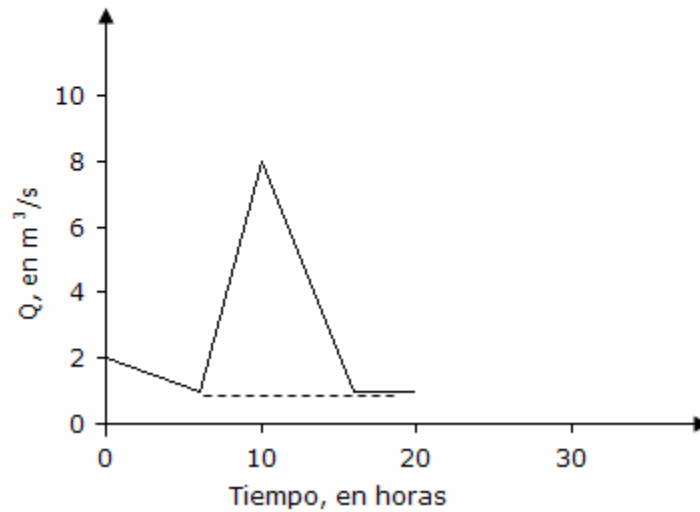
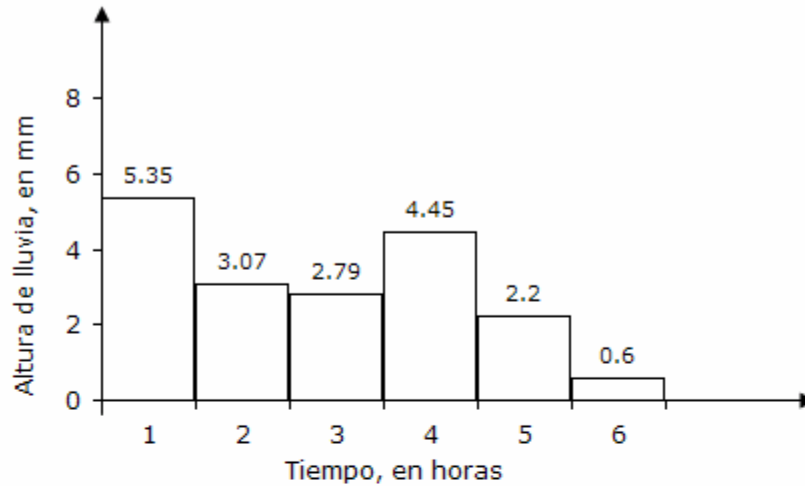


Figura 5.8. Hietograma e hidrograma

**Solución:**

- a) Separación de gasto base y estimación del volumen de escurrimiento directo.

De la figura 5.8 se observa que la línea de separación entre el gasto base y gasto directo es una línea horizontal. El volumen de escurrimiento directo será igual a:

$$V_{ED} = \frac{(10) (3600) (7)}{2} = 126\ 000\ m^3$$

$$V_{ED} = 126\ 000\ m^3$$

b) Se calcula la altura de lluvia efectiva total.

$$P_e = \frac{V_{ED}}{A_c} = \frac{126\,000}{36 (10^6)} = 0.0035 \text{ m}$$

$$P_e = 3.5 \text{ mm}$$

c) Por prueba y error se procede a determinar el valor correcto de  $\phi$ . La tabla 5.6 presenta el proceso para encontrar el valor correcto de  $\phi$ .

Tabla 5.6. Proceso para estimar el valor del índice de infiltración media

$\phi$ , mm/h	$P_{e1}$ , mm	$P_{e2}$ , mm	$P_{e3}$ , mm	$P_{e4}$ , mm	$P_{e5}$ , mm	$P_{e6}$ , mm	$\Sigma P_{ei}$ , mm
4	1.35	0	0	0.45	0	0	1.80 $\neq$ 3.50
3	2.35	0.07	0	1.45	0	0	3.87 $\neq$ 3.50
3.15	2.2	0	0	1.3	0	0	3.50 = 3.50

d) El índice de infiltración media es de  $\phi = 3.15 \text{ mm/h}$ .

**Ejemplo 5. 4.** Determinar la curva que asocia la altura de efectiva  $P_e$  en función de la altura de lluvia total  $P$  y del número de escurrimiento  $N$  del ejemplo 5.2.

**Solución:**

a) Se utiliza la ecuación (5.36), la cual determina el comportamiento continuo del número de escurrimiento  $N$ , a partir de las alturas de lluvia efectiva  $P_e$  y total  $P$  que ocurren en una cuenca hidrológica.

$$P_e = \frac{\left[ P - \frac{508}{N} + 5.08 \right]^2}{P + \frac{2032}{N} - 20.32}$$

b) Se sustituye en la expresión anterior el valor del número de escurrimiento equivalente a  $N = 78.6$  definido en el ejemplo 5.2.

$$P_e = \frac{\left[ P - \frac{508}{78.6} + 5.08 \right]^2}{P + \frac{2032}{78.6} - 20.32} = \frac{\left[ P - 1.3831 \right]^2}{P + 5.5324}$$

(5.38)

- c) Se procede a graficar la ecuación (5.38) para diferentes valores de  $P_e$  y  $P$  y el resultado obtenido se indica en la figura 5.9.

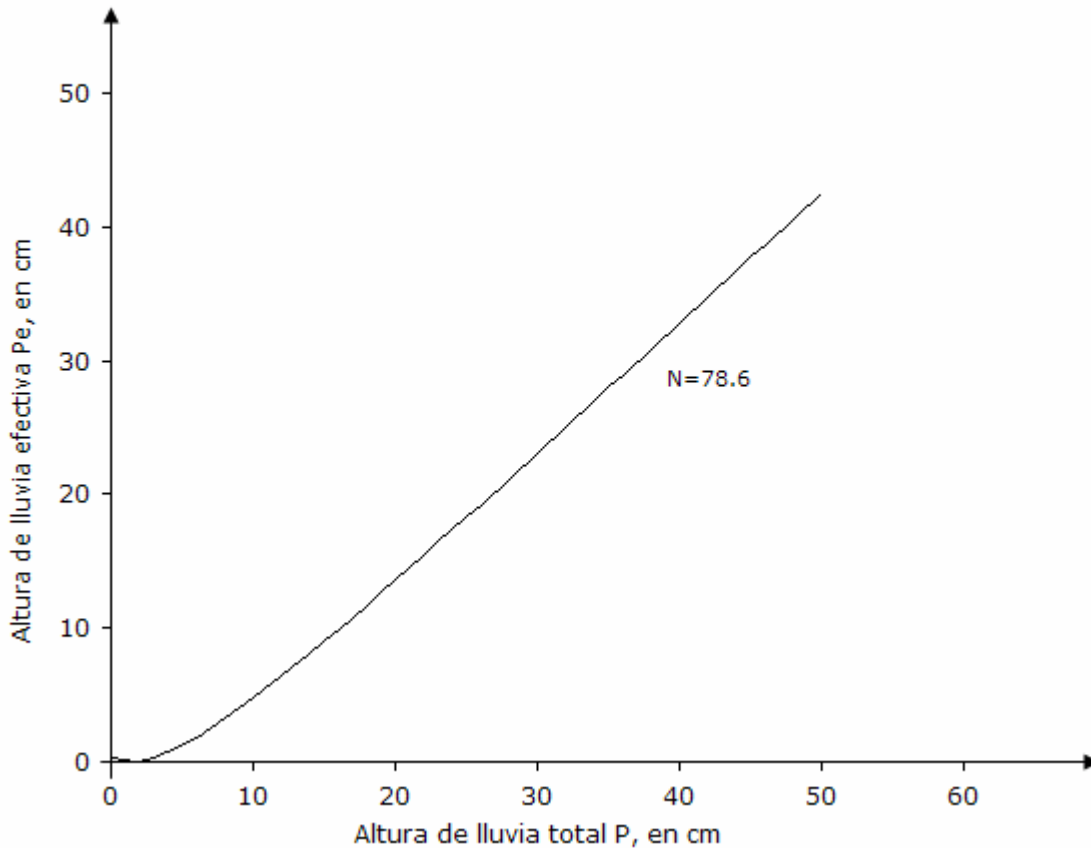


Figura 5.9. Altura de lluvia efectiva  $P_e$  en función de la altura de lluvia total  $P$  y del número de escurrimiento igual a  $N = 78.6$

**Ejemplo 5.5.** Calcular el coeficiente de escurrimiento para el ejemplo 5.3.

**Solución:**

a) La altura total de lluvia P es igual a:

$$P = (5.35 + 3.07 + 2.79 + 4.45 + 2.20 + 0.60) = 18.46 \text{ mm}$$

b) El volumen llovido es:

$$V_{LL} = (18.46 \times 10^{-3}) (36 \times 10^6) = 664\,560 \text{ m}^3$$

c) El coeficiente de escurrimiento C es:

$$C = \frac{V_{ED}}{V_{LL}} = \frac{126\,000}{664\,560} = 0.19$$

$$C = 0.19$$

## Referencias

- Dingman, S. L. (1994). *Physical Hydrology*. Editorial Prentice-Hall; Estados Unidos de América.
- Fuentes, O. y V. Franco (1999). *Estudio Hidrológico para Obras de Protección*. Capítulo 3 del Manual de Ingeniería de Ríos, Instituto de Ingeniería. UNAM; México.
- Hillel, D. (1980). *Fundamentals of Soils Physics*. Editorial Academic Press; Estados Unidos de América.
- Mualen, Y. (1976). *A Catalogue of the Hydraulic Properties of Unsaturated Soils*. Technion Israel Institute of Technology; Israel.
- Soil Conservation Service (1975). *Use of storm and watershed characteristics in synthetic hydrograph analysis an application*. U S Department of Agriculture.

## 6. Relaciones lluvia-escorrimento

En las cuencas hidrológicas, la transformación de la lluvia en escurrimento, genera gastos que son requeridos para revisar o diseñar las estructuras hidráulicas que están localizadas en su áreas de aportación.

En un gran número de cuencas no se tiene información o bien por modificaciones del drenaje de la cuenca asociadas con la deforestación, la urbanización, el cambio del uso del suelo o por otras causas, provoca que los datos recabados antes de los cambios no sean útiles.

Por otra parte, debido a que es más costoso y complicado obtener de estudios de campo los gastos que escurren por los cauces de los ríos que los de precipitación, en nuestro país se tienen disponibles más registros con base en lluvias.

Lo anterior ha propiciado el desarrollo de métodos para estimar escurrimentos a partir de la precipitación que los origina y a estos procedimientos se les denomina como modelos de lluvia-escorrimento.

Para el estudio de los modelos lluvia-escorrimento se les ha clasificado de acuerdo con la información requerida y en general se tiene la clasificación siguiente:

- Métodos empíricos. Se han desarrollado dos tipos de métodos: en los primeros únicamente se necesitan para su aplicación de las características fisiográficas de la cuenca donde se localiza la corriente de análisis; en los otros, se utilizan en forma simultánea las características fisiográficas y los datos de precipitación.
- Métodos del hidrograma unitario. En este tipo de métodos es necesario tener disponible, en la cuenca de estudio, registros simultáneos de lluvias y escurrimentos.
- Métodos de simulación del escurrimento. Para su aplicación se requiere información detallada de las características de la cuenca y de datos hidrológicos simultáneos de la misma y de modelos matemáticos complicados. Este tipo de modelos no se describen en este capítulo.

## 6.1. Métodos empíricos

Los métodos empíricos se han estructurado a través de ecuaciones matemáticas, en las cuales intervienen alguna de las características de la cuenca, así como condiciones del uso del suelo, pendiente del terreno, longitud o pendiente del cauce principal y la intensidad o altura de lluvia total que produce el gasto máximo. Aspecto fundamental de este tipo de métodos es que únicamente proporcionan el gasto máximo o pico.

### a) Método de envolventes

El método más común es el desarrollado por Creager y para su desarrollo relacionó los gastos máximos observados en el mundo respecto al área de la cuenca donde ocurrieron. Posteriormente, al trazar una línea que envuelve a todos los gastos máximos obtuvo una curva representada por una ecuación del tipo siguiente:

$$Q_p = 1.303 C (0.386 A)^\alpha ; \quad \alpha = 0.936 / A^{0.048}$$

(6.1)

donde  $Q_p$  es el gasto pico o máximo, en  $m^3/s$ ;  $A$  es el área de la cuenca, en  $km^2$ ;  $C$  es la constante de Creager.

Los valores de la constante  $C$  son conocidos como valores de la envolvente y el valor mundial de  $C$  es igual a 100. En la figura 6.1 se muestra la envolvente mundial de Creager. Para el caso específico de la República Mexicana, la SARH ha evaluado los valores de la constante  $C$  para cada una de las 37 Regiones Hidrológicas que se han establecido en nuestro país. La figura 6.2 indica los límites geográficos de las Regiones Hidrológicas, mientras que en la tabla 6.1 se muestran los valores de la constante  $C$ .



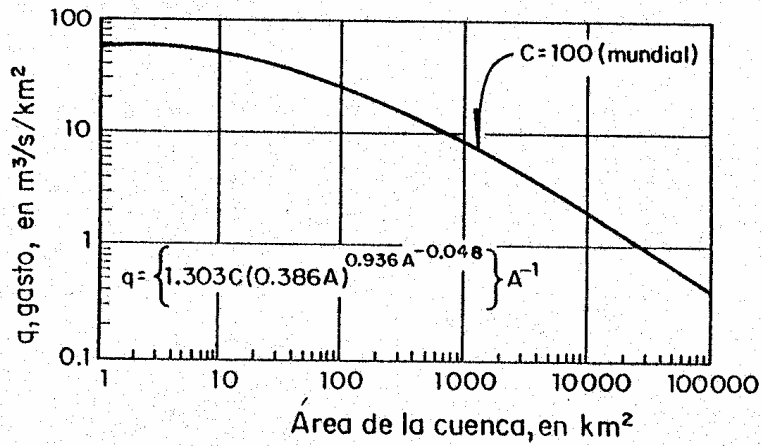


Figura 6.1. Envolvente mundial de Creager



Figura 6.2. Regiones Hidrológicas de la República Mexicana

Tabla 6.1. Valores de la envolvente de Creager para gastos máximos

Región Hidrológica	Estación	Corriente	C
1	Cerca de Nestor California	Río Tijuana	2.947
3	El Ojo de Agua	Río Purísima	1.163
8	Pitiquito I	Río La Asunción	5.000
	Santa Teresa	Río Altar	12.000
9	El Águila	Río Yaqui	16.000
	El Orégano	Río Sonora	6.000
	Punto de Agua	Río Mátape	5.000
	Tres Hermanas	Río Mayo	33.000
10	Huites	Río Fuerte	58.000
	Bodiguarato	Río Bodiguarato	59.000
11	Baluarte	Río Baluarte	99.085
	Acaponeta	Río Acaponeta	110.000
12	Los Fresnos 39	Río Andamácuaro	14.000
	Peñuelitos 20	Río de la Erre	14.000
	Yago	Río Santiago	19.000
	Paso de Analco	Río Santiago	13.000
	La Cuña	Río Verde	6.000
	La Boquilla	Río Huicicila	5.000
	El Caimán	Río Bolaños	5.000
	Huayanamota II	Río Huayanamota	11.000
	Tarandacuao	Arroyo Tarandacuao	10.320
13	Jumatán	Río Ingenio	3.000
	El Refilión	Río Huicicila	5.000
	Paso de Arocha	Río Huicicila	27.000
14	Puente Ameca	Río Ameca	1.000
	La Vega	Río Ameca	1.000
	Pijinto	Río Ameca	7.000
	Las Gaviotas	Río Ameca	9.000
	Puentes FFCC	Río Ahualulco	3.000
	El Salitre	Río Cocula	1.000
	San Martín Hidalgo	Río San Martín	5.000
	Corrinchis	Río Mascota	7.000
	La Desembocadura	Río Mascota	9.000
18	A-9 El Molino	Río Ixtlahuaca	23.600
19	Tecpan	Río Tecpan	46.000
20	El Salitre	Río Omitlán	64.000
22	Ostuta	Río Ostuta	49.000
23	Suchiate	Río Suchiate	53.000
24	Oriente Cerca del Río	Arroyo Pinto	91.800
	Sabinas	Río Sabinas	12.500
24	Poniente El Cuchillo	Río San Juan	37.830
25	La Esperanza	Río San Rafael o El Carrizal	73.600

Tabla 6.1. Valores de la envolvente de Creager para gastos máximos (continuación)

Región Hidrológica	Estación	Corriente	C	
26	Tempoal	Río Tempoal	41.000	
	Terrerillas	Río Calabozo	37.000	
	El Pujal	Río Tampaón	32.000	
	Temamatla	Río Amajac	29.000	
	Magiscatzin	Río Guayalejo	23.000	
	Pánuco	Río Pánuco	21.000	
	Las Adjuntas	Río Pánuco	21.000	
	C. México-Laredo	Río Guayalejo	75.000	
	C. Tampico-Mante	Río Guayalejo	54.000	
	Galindo	Río Galindo	15.000	
	Venados	Río Metztlán	37.000	
	Tepeji	Río Tepeji	7.000	
	Tlautla	Río Tlautla	6.000	
	Las Rosas	Río Las Rosas	7.000	
	27	Poza Rica	Río Cazones	61.000
		Atepatahua	Río Atepatahua	85.000
Martínez de la Torre		Río Bobos	53.000	
28	Raudal	Río Misantla	47.000	
	Jalcomulco	Río La Antigua	38.000	
29	Las Perlas	Río Coatzacoalcos	38.880	
30	Canasayab	Río Champotón	13.600	
34	La Trasquilla	Río del Carmen	3.000	
36	Presas Lázaro Cárdenas	Río Nazas	28.000	
37	Los Pilaes	Arroyo La Parada	0.900	
	El Grito	Arroyo Grande	6.206	
	El Tule	Arroyo El Tule	2.000	
	Tula	Río Tula	3.000	
	Presas El Peaje	Arroyo Grande	19.400	
	Presas San José	Río Santiago	17.000	
	Presas Alvaro Obregón	Arroyo Aloquines	42.800	

Otro método de envolventes que se utiliza con frecuencia es el de Lowry y la expresión matemática que lo define es:

$$q = \frac{C_L}{(A_c + 259)^{0.85}} \quad (6.2)$$

donde  $q$  es el gasto máximo unitario, en  $m^3/s/km^2$ ;  $A_c$  es el área de la cuenca, en  $km^2$ ;  $C_L$  es la constante de Lowry.

La figura 6.3 muestra para México la envolvente general definida por el método de Lowry. Para la envolvente mundial se puede tomar un valor de  $C_L = 3\ 500$ . Para las 37 Regiones Hidrológicas de nuestro país, ver tabla 6.2.

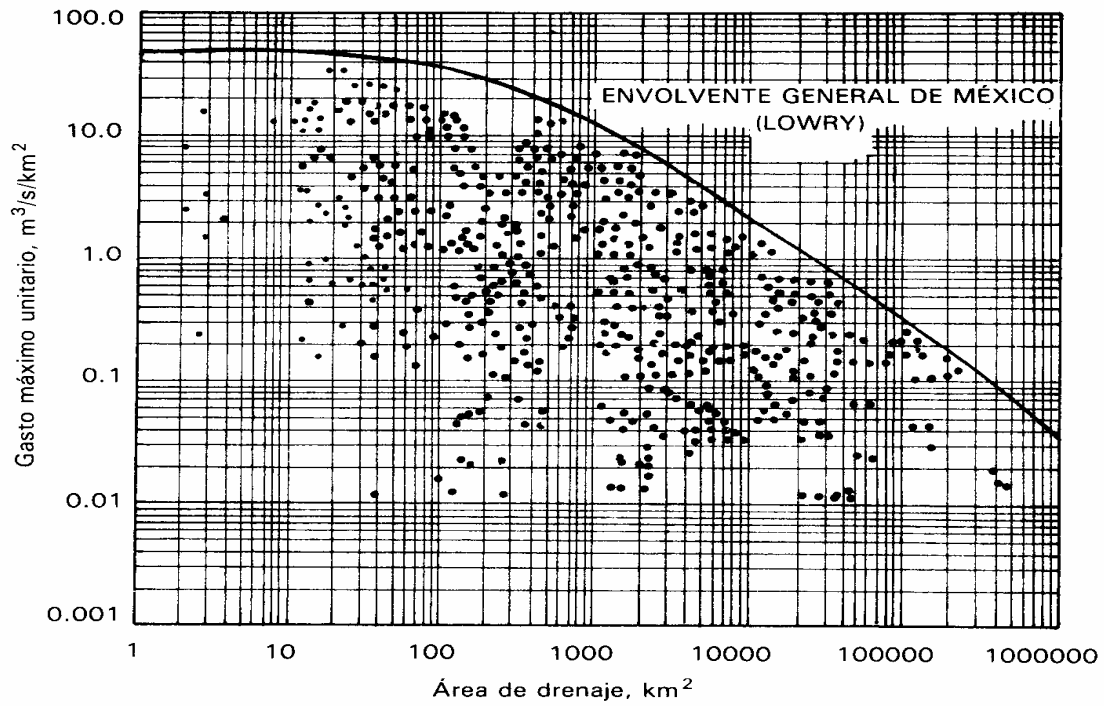


Figura 6.3. Envolvente general de México definida por el método de Lowry

Tabla 6.2. Valores de la envolvente de Lowry para gastos máximos

Región Hidrológica	Estación	C <sub>L</sub>
1	Baja California Noroeste	980
2	Baja California Centro-Oeste	530
3	Baja California Suroeste	2,190
4	Baja California Noreste	1,050
5	Baja California Centro-Este	990
6	Baja California Sureste	5,120
7	Río Colorado	1,050
8	Sonora Norte	760
9	Sonora Sur	2,140
10	Sinaloa	3,290
11	Presidio-San Pedro Zona Costera	4,630
11	Presidio-San Pedro Zona Alta	470
12	Lerma-Santiago	1,290
13	Río Huicicila	760
14	Río Ameca	600
15	Costa de Jalisco	5,270
16	Armería-Coahuayana	4,940
17	Costa de Michoacán	2,100
18	Balsas Alto	1,090
18	Balsas Medio y Bajo	4,450
19	Costa Grande de Guerrero	2,100

Tabla 6.2. Valores de la envolvente de Lowry para gastos máximos (continuación)

Región Hidrológica	Estación	C <sub>L</sub>
20	Costa Chica de Guerrero-Río Verde	3,180
20	Alto Río Verde	390
21	Costa de Oaxaca	3,000
22	Tehuantepec	2,170
23	Costa de Chiapas	1,190
24A	Alto Bravo-Conchos	1,020
24B	Medio Bravo	5,170
24C	Río Salado	1,410
24D	Bajo Bravo	2,130
25	San Fernando-Soto La Marina	2,330
26A	Alto Panuco	1,360
26B	Bajo Panuco	3,010
26C	Valle de México	760
27	Tuxpan-Nautla	2,450
28	Papaloapan	1,750
29	Coatzacoalcos	1,840
30	Grijalva-Usumacinta	2,130
30	Alto Grijalva	610
31	Yucatán Oeste	370
32	Yucatán Norte	ND
33	Yucatán Este	ND
34	Cuencas Cerradas del Norte	230
35	Mapimí	ND
36	Nazas	1,510
36	Aguanaval	380
37	El Salado	1,310

### b) Método de la fórmula racional

La mayoría de los métodos empíricos se han derivado del método racional y en la literatura americana se le menciona en Kuichling (1989) . No obstante otros autores citan que los principios básicos de este método fueron desarrollados por Mulvaney en Irlanda en 1851.

La ecuación que define la formula racional es:

$$Q_p = 0.278 (C) (i) (A) \quad (6.3)$$

donde  $Q_p$  es el gasto pico o máximo, en  $m^3/s$ ;  $C$  es el coeficiente de escurrimiento, adimensional;  $i$  es la intensidad de lluvia para una duración que es igual al tiempo de concentración, en  $mm/h$ ;  $A$  es el área de la cuenca, en  $km^2$ .

El valor del coeficiente de escurrimiento ( $C$ ), depende del tipo de área de drenaje, el uso del suelo y se puede obtener con ayuda de la tabla 6.3.

Tabla 6.3. Valores del coeficiente de escurrimiento C

Tipo de área drenada	Coeficiente de escurrimiento	
	Mínimo	Máximo
<b>Zonas Comerciales:</b>		
Zona comercial	0.70	0.95
Vecindarios	0.50	0.70
<b>Zonas Residenciales:</b>		
Unifamiliares	0.30	0.50
Multifamiliares, espaciados	0.40	0.60
Multifamiliares, compactos	0.60	0.75
Semiurbanas	0.25	0.40
Casas habitación	0.50	0.70
<b>Zonas Industriales:</b>		
Espaciado	0.50	0.80
Compacto	0.60	0.90
<b>Cementerios, Parques</b>	0.10	0.25
<b>Campos de Juego</b>	0.20	0.35
<b>Patios de Ferrocarril</b>	0.20	0.40
<b>Zonas Suburbanas</b>	0.10	0.30
<b>Calles:</b>		
Asfaltadas	0.70	0.95
De concreto hidráulico	0.70	0.95
Adoquinadas	0.70	0.85
<b>Estacionamientos</b>	0.75	0.85
<b>Techados</b>	0.75	0.95
<b>Praderas:</b>		
Suelos arenosos planos (pendientes 0.02 o menos)	0.05	0.10
Suelos arenosos con pendientes medias (0.02-0.07)	0.10	0.15
Suelos arenosos escarpados (0.07 o más)	0.15	0.20
Suelos arcillosos planos (pendientes 0.02 o menos)	0.13	0.17
Suelos arcillosos con pendientes medias (0.02-0.07)	0.18	0.22
Suelos arcillosos escarpados (0.07 o más)	0.25	0.35



La intensidad de lluvia ( $i$ ) se determina con el auxilio de las curvas intensidad-duración-periodo de retorno ( $i-d-T_r$ ). La selección de la magnitud de la intensidad ( $i$ ) se fundamenta con la estimación de la frecuencia y de la duración.

La hipótesis fundamental de este método es que la tormenta tiene una duración suficientemente grande para permitir que cualquier gota de agua llegue hasta la salida de la misma. La mínima duración para la intensidad de lluvia seleccionada será igual al tiempo de concentración ( $t_c$ ) y su valor se determina con las expresiones siguientes:

$$t_c = \frac{L}{3600 v}$$

(6.4)

donde  $t_c$  es el tiempo de concentración, en horas;  $L$  es la longitud del cauce principal de la cuenca, en metros;  $v$  es la velocidad media del agua en el cauce principal, en m/s.

Sin embargo, otra expresión que permite calcular el tiempo de concentración es mediante la fórmula de Kirpich (1940):

$$t_c = 0.000325 \frac{L^{0.77}}{S^{0.385}}$$

(6.5)

donde  $t_c$  es el tiempo de concentración, en horas;  $L$  es la longitud del cauce principal de la cuenca, en metros;  $S$  es la pendiente del cauce principal.

## 6.2. Método del hidrograma unitario

El método del hidrograma unitario fue desarrollado originalmente por Sherman (1932) y para su aplicación es necesario tener disponibles registros simultáneos de lluvias y escurrimientos.

Las tres hipótesis fundamentales del método del hidrograma unitario son las siguientes:

- a).Tiempo base constante. La duración total del escurrimiento directo o tiempo base es la misma para todas las tormentas con la misma duración de lluvia efectiva, independientemente del volumen total escurrido. Todo hidrograma unitario está asociado a una duración de la lluvia en exceso.

- b). Linealidad o proporcionalidad. Las ordenadas de todos los hidrogramas de escurrimiento directo con el mismo tiempo base, son directamente proporcionales al volumen total de escurrimiento directo, es decir al volumen total de lluvia efectiva. En consecuencia, las ordenadas de dichos hidrogramas son proporcionales entre si.
- c). Superposición de causas y efectos. El hidrograma que resulta de un periodo de lluvia dado puede superponerse a hidrogramas resultantes de periodos lluviosos precedentes.

El hidrograma unitario de una cuenca se define como el hidrograma de escurrimiento directo, producido por 1 mm de lluvia en exceso, que cae con una intensidad uniforme sobre toda la cuenca durante un tiempo conocido como duración en exceso.

Con la aplicación del hidrograma unitario se podrá predecir la forma del hidrograma de la avenida y el gasto máximo.

El concepto del hidrograma unitario se ha usado de forma extensa en todo el mundo desde su publicación original y existen diferentes tipos de hidrogramas unitarios con características propias. A continuación se describen los más importantes.

### **6.3. Método del hidrograma unitario tradicional (HU)**

El hidrograma unitario se basa en la suposición de que las lluvias con una misma duración y distribución espacial producen hidrogramas unitarios semejantes. Con esta conjetura resulta que las ordenadas del hidrograma son proporcionales al volumen de escurrimiento directo.

De acuerdo a lo anterior, el área bajo la curva del hidrograma unitario es el volumen de escurrimiento directo de este hidrograma y el cual debe ser igual al área de la cuenca por 1 mm de lluvia efectiva.

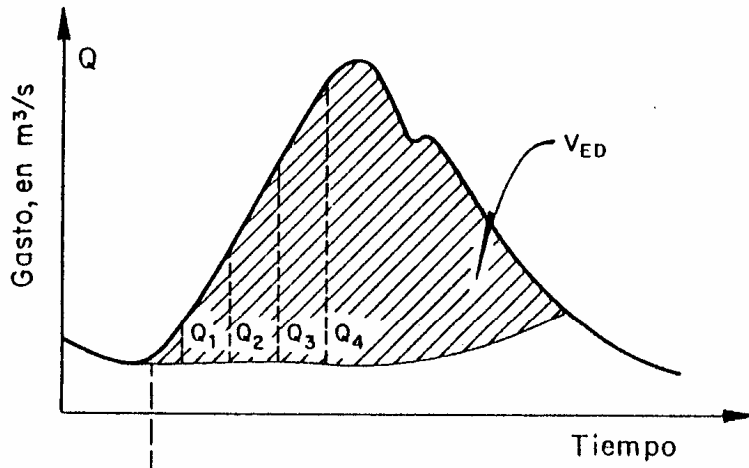
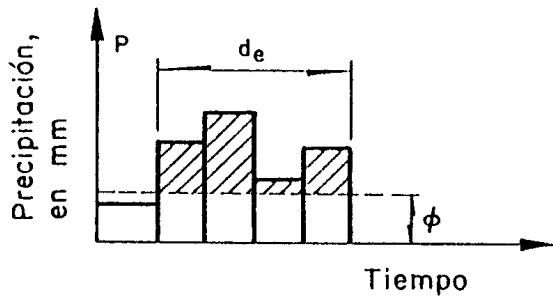
A partir del uso del hidrograma unitario es posible hacer predicciones de escurrimiento directo en cuencas o en zona hidrológicas similares que no cuentan con mediciones simultáneas de gastos y precipitaciones.

Ahora bien, el hidrograma unitario tradicional tiene dos limitaciones:

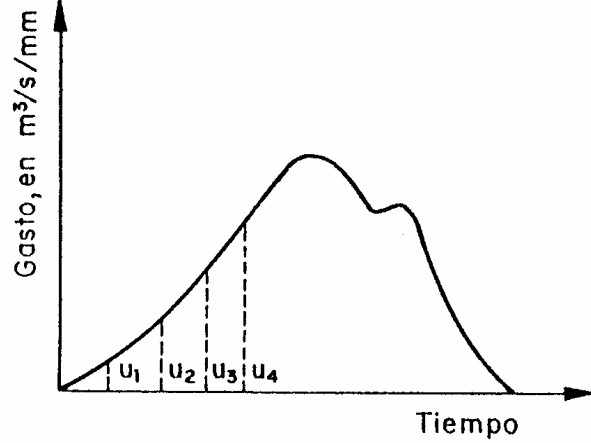
- No toma en cuenta la variación de la intensidad de la lluvia con respecto al tiempo. Para superar esta limitación se recomienda usar el hidrograma unitario de intervalos cortos (Hidrograma unitario instantáneo).
- El hidrograma unitario solo se aplica a hietogramas de lluvia efectiva que tengan la misma duración en exceso para la cual fue deducido. Para otras duraciones se recurre al uso del método de la curva o hidrograma S.

El procedimiento para calcular el hidrograma unitario tradicional se sintetiza en los pasos siguientes:

- 1) Se obtiene el hidrograma de escurrimiento directo y se calcula el volumen de escurrimiento directo  $V_{ED}$ .
- 2) Se estima la lluvia en exceso  $P_e$ , dividiendo el  $V_{ED}$  entre el área de la cuenca  $A$  y se especifica la duración de esta lluvia.
- 3) Se determinan las ordenadas del HU dividiendo las del hidrograma de escurrimiento directo entre la lluvia en exceso  $P_e$ .
- 4) La figura 6.4 muestra un esquema de cálculo del hidrograma unitario tradicional.



$$P_e = \frac{V_{ED}}{A} = \frac{Q_1 + Q_2 + \dots + Q_I}{A}$$



$$U_t = \frac{Q_i}{P_e}$$

Figura 6.4. Esquema que indica el cálculo del Hidrograma Unitario Tradicional

#### 6.4. Método de la curva o hidrograma S

El método de la curva o hidrograma S permite obtener un hidrograma unitario con duración en exceso que designaremos como  $d_1$ , a partir de un hidrograma unitario conocido con duración  $d_e$ , en el cual  $d_e \neq d_1$ . La curva S es el hidrograma de escurrimiento directo resultado de una lluvia efectiva de 1 mm con duración infinita tal como puede observarse en la figura 6.5.

El procedimiento general que permite determinar la curva o hidrograma S se menciona a continuación:

- 1) Se desplaza varias veces el hidrograma unitario conocido un tiempo igual a la duración en exceso  $d_e$ .
- 2) Se suman las ordenadas de los hidrogramas desplazados. El resultado de este proceso se le llama hidrograma o curva S (ver figura 6.5).
- 3) Ahora bien, tal como se muestra en la figura 6.6, el hidrograma o curva S presenta oscilaciones en sus ordenadas. Para eliminarlas se calcula el llamado gasto de equilibrio de la cuenca, el cual se presenta cuando toda el área de la cuenca esta aportando el escurrimiento resultado de la lluvia efectiva de 1 mm durante la duración en exceso, a partir de la expresión:

$$q_{eq} = \frac{A}{3.6 d_e}$$

(6.6)

donde  $q_{eq}$  es el gasto de equilibrio de la cuenca, en  $m^3/s/mm$ ;  $A$  es el área de la cuenca, en  $km^2$ ;  $d_e$  es la duración en exceso, en horas.

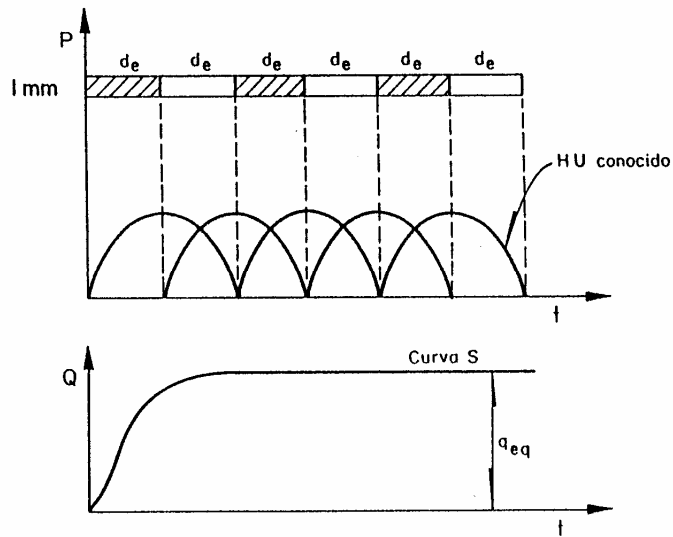


Figura 6.5. Curva o hidrograma S

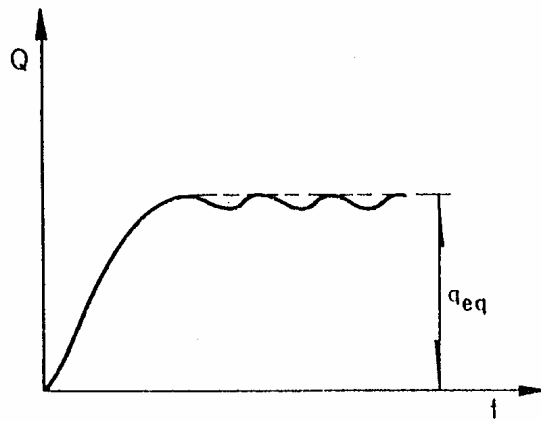


Figura 6.6. Inestabilidad en el hidrograma o curva S

Posteriormente, una vez obtenido el hidrograma o curva S el procedimiento para obtener el hidrograma unitario asociado a la duración en exceso  $d_1$ , es el siguiente:

- 1) Se desplaza el hidrograma o curva S la duración  $d_1$  (ver figura 6.7).
- 2) Se restan las ordenadas entre ambas curvas S.
- 3) Se obtienen las ordenadas del hidrograma unitario para una duración  $d_1$ , multiplicando los valores del paso anterior por la relación  $d_e/d_1$  (de esta

forma se garantiza que el área bajo el hidrograma unitario sea igual al área de la cuenca por 1 mm).

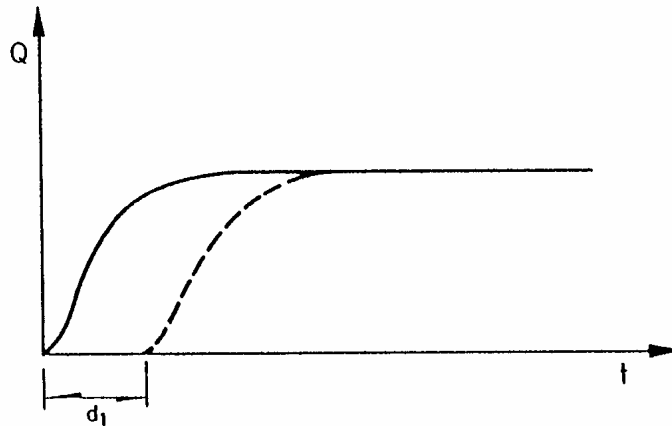


Figura 6.7. Desplazamiento del hidrograma o curva S

A continuación se describen los procedimientos para aplicar el hidrograma unitario en cuencas pequeñas y grandes para problemas de diseño de estructuras hidráulicas.

### **Aplicación del hidrograma unitario en cuencas pequeñas para problemas de diseño**

- 1) Se elige un periodo de retorno y una duración de tormenta ( $d = t_c$ ).
- 2) A partir de las curvas intensidad-duración-periodo de retorno ( $i-d-T_r$ ) se calcula la altura de lluvia ( $h_p$ ) para diferentes duraciones menor o igual a  $t_c$ , teniendo en cuenta que  $i = h_p / d$ .
- 3) Se calcula la curva masa de precipitación con los valores obtenidos.
- 4) Se calcula el hietograma de lluvia total para un intervalo de tiempo seleccionado  $\Delta t$ .
- 5) Se obtiene el hietograma de lluvia efectiva y la duración en exceso, restando al hietograma obtenido en el paso 4, el índice de infiltración representativo de la cuenca. Con el mismo hietograma se calcula la lluvia efectiva total.

- 6) Si la duración en exceso  $d_e$  corresponde a la del hidrograma unitario, se procede a calcular la avenida de diseño, multiplicando las ordenadas del hidrograma unitario por la lluvia efectiva obtenida en el paso 5. Si no ocurre esto, hay que usar el método de la curva S para tener el hidrograma unitario para la duración de interés y luego multiplicar sus ordenadas por la lluvia efectiva determinada en el punto 5.
- 7) En la fase final, se agrega al hidrograma de escurrimiento directo obtenido el gasto base.

### **Aplicación del hidrograma unitario en cuencas grandes para problemas de diseño**

- 1) Para el área de la cuenca (A) en estudio se selecciona la duración de diseño (d).
- 2) A partir de las curvas altura de precipitación-área-duración ( $h_p$ -A-d) con los valores de A y d, se obtienen la altura de lluvia  $h_p$ .
- 3) Para valores de duración menores a la de diseño se obtienen otros valores de  $h_p$ , que permiten construir la curva masa de precipitación.
- 4) A partir de la curva masa se calcula el hidrograma de lluvia total y, al restarle el índice de infiltración representativo de la cuenca, se obtiene el hidrograma de lluvia efectiva.
- 5) Si la duración en exceso  $d_e$  corresponde a la del hidrograma unitario, se procede a calcular la avenida de diseño, multiplicando las ordenadas del hidrograma unitario por la lluvia efectiva obtenida en el paso 4. Si no ocurre esto, hay que usar el método del hidrograma o curva S para tener el hidrograma unitario para la duración de interés y luego multiplicar sus ordenadas por la lluvia efectiva determinada en el punto 4.
- 6) Se agrega al hidrograma de escurrimiento directo el gasto base.

### **6.5. Método del hidrograma unitario instantáneo (HUI)**

El método del Hidrograma Unitario Instantáneo (HUI) permite tomar en cuenta la distribución de la lluvia en el tiempo y en el caso que la duración en exceso de la lluvia ( $d_e$ ) tienda a cero y el volumen de agua permanece constante, la expresión matemática de la altura de lluvia efectiva se vuelve un pulso.



El hidrograma del escurrimiento directo resultado de este pulso se llama "hidrograma unitario instantáneo" y, en consecuencia, este hidrograma es independiente de la duración de la lluvia en exceso.

Existen varios modelos conceptuales para esbozar el hidrograma unitario instantáneo y Nash (1959) propuso un modelo que considera a la cuenca de drenaje formada por una serie de almacenamientos lineales idénticos.

Si se designa a  $y = Q(t)$  como función de salida (gasto) y  $x(t) = I(t)$  es la entrada (lluvia), al sistema anterior se le puede tratar como una función de respuesta  $u(t)$ . Además, si la función de entrada es una sucesión de entradas instantáneas infinitesimales de volumen  $x(\tau)d\tau = I(\tau)d\tau$ , cada una de éstas añade su contribución  $I(\tau)u(t-\tau)d\tau$  a la razón de salida  $Q(t)$  en el tiempo  $t$ , a partir de la expresión:

$$Q(t) = \int_{t_0}^t I(\tau) u(t-\tau) d\tau \quad (6.7)$$

La ecuación (6.7) se llama integral de convolución o integral de Duhamel y en este caso la ordenada  $Q(t)$  representa al hidrograma de escurrimiento directo en el tiempo  $t$ . Es decir, cada lluvia efectiva  $I(\tau)$  de duración  $t_0$  se multiplicará por el hidrograma unitario instantáneo  $u(t-\tau)$ , para después sumar todos los hidrogramas así producidos y como resultado se obtiene al hidrograma de escurrimiento producto de la precipitación  $I(\tau)$ , tal como se indica en la figura 6.8.

En la Integral de convolución a  $u(t-\tau)$  se le conoce con función de núcleo y  $t' = t$  cuando  $t \leq t_0$  y  $t' = t_0$  cuando  $t > t_0$ .

Las propiedades del hidrograma unitario instantáneo son las siguientes:

- a)  $0 \leq u(t) \leq$  un valor pico positivo, para  $t > 0$
- b)  $u(t) = 0$ , para  $t \leq 0$
- c)  $u(t) \rightarrow 0$ , para  $t \rightarrow 0$
- d)  $\int_0^{\infty} u(t) dt = 1.0$
- e)  $\int_0^{\infty} t u(t) dt = t_r$

donde  $t_r$  es el tiempo de retraso del hidrograma unitario instantáneo.

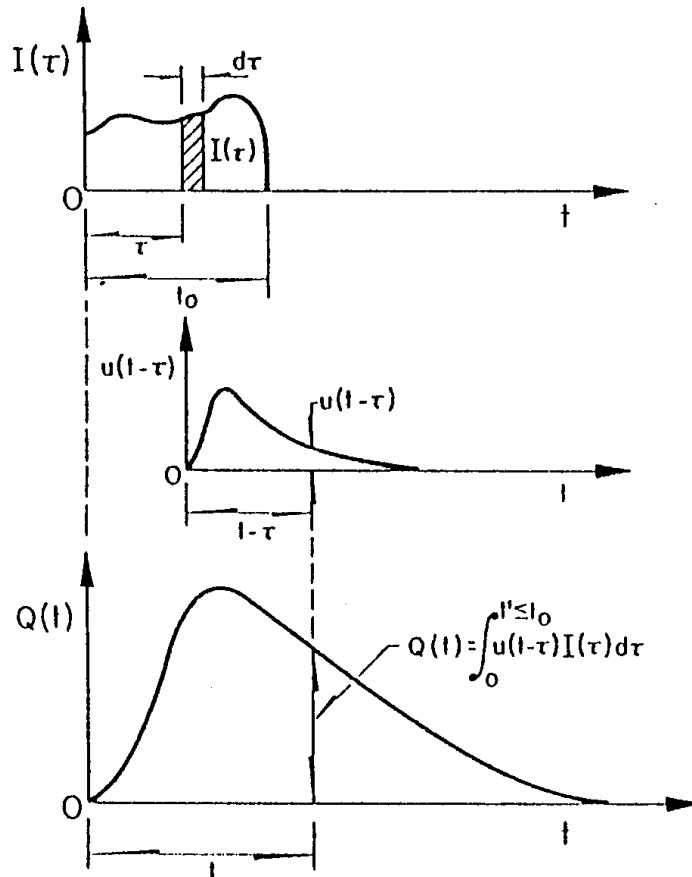


Figura 6.8. Hidrograma Unitario Instantáneo

Existen diversos métodos para estimar el hidrograma unitario instantáneo, a partir del hidrograma de lluvia efectiva y de un hidrograma de escurrimiento directo. Chow (1964) propone un procedimiento para determinar en forma aproximada el hidrograma unitario instantáneo.

### a) Hidrograma unitario de duración en exceso pequeña (HUP)

Un método para aproximar el hidrograma unitario instantáneo, consiste en obtener el hidrograma unitario para una duración en exceso pequeña (generalmente entre 10 minutos y 4 horas).

La hipótesis fundamental del método considera que para un hidrograma unitario de duración en exceso  $\Delta t$ , el escurrimiento directo (ver figura 6.9) se calcula con el sistema de ecuaciones que se describe a continuación:

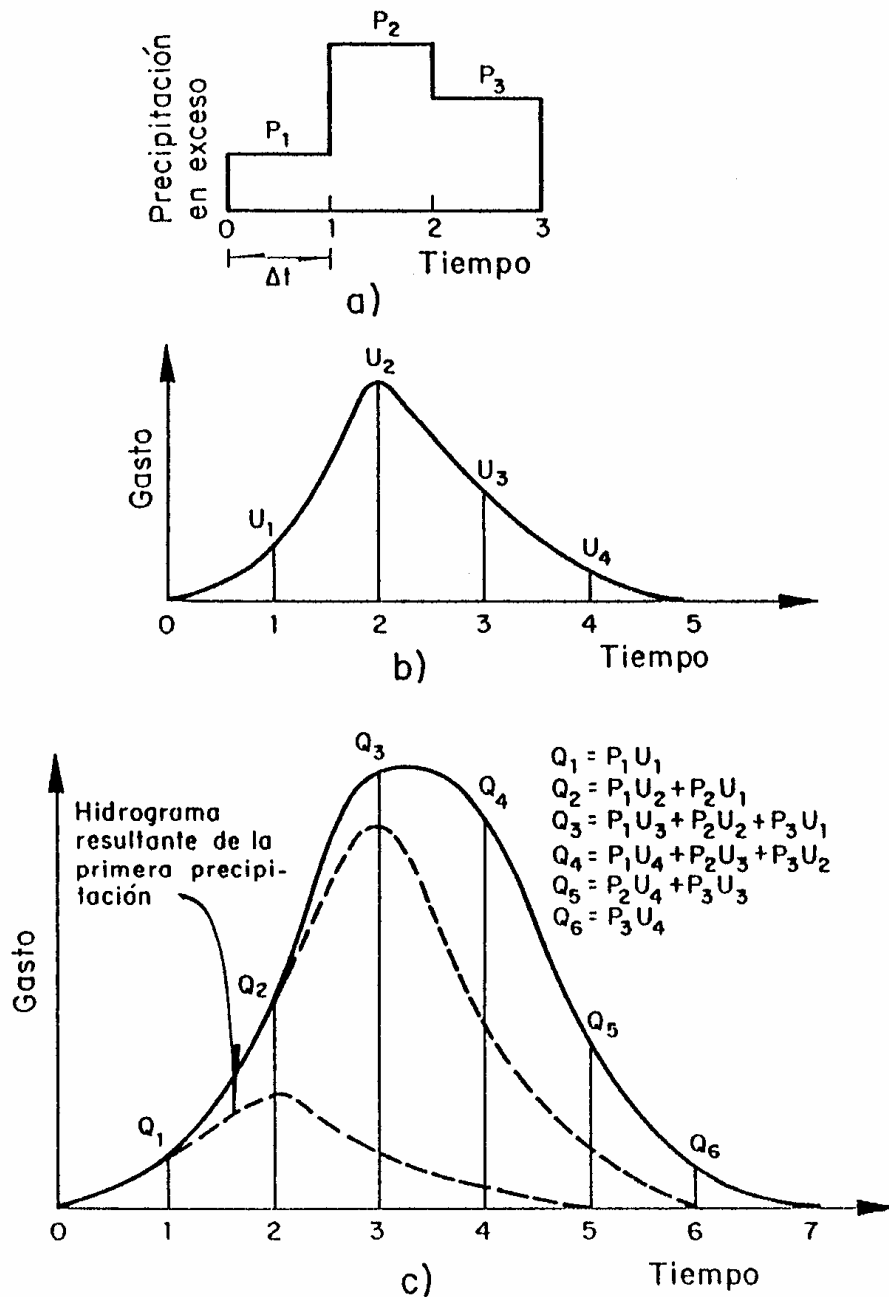


Figura 6.9. Cálculo del hidrograma de escurrimiento directo a partir del hidrograma unitario

$$Q_i = P_{e1} u_i + P_{e2} u_{i-1} + P_{e3} u_{i-2} + \dots + P_{ei} u_1$$

(6.8)

expresión sujeta a  $P_{ei} = 0$  para  $i > NP$ ;  $u_i = 0$  para  $i > NU$ ,  $i = 1, 2, \dots, NQ$ ,

donde:

$Q_i$  es la ordenada del hidrograma de escurrimiento directo para el  $i$ -ésimo intervalo de tiempo,

$u_i$  es la  $i$ -ésima ordenada del hidrograma unitario de duración en exceso  $\Delta t$ ,

$P_{ei}$  es la  $i$ -ésima altura de lluvia efectiva o en exceso,

$NU$  es el número total de ordenadas del hidrograma unitario de duración en exceso  $\Delta t$ ,

$NQ$  es el número total de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo,

$NP$  es el número total de precipitaciones efectivas; corresponde al número de barras del hietograma de lluvia efectiva que están a intervalos de tiempo iguales a la duración en exceso.

Las tres últimas variables pueden relacionarse entre sí con la ecuación siguiente:

$$NU = NQ - NP + 1$$

(6.9)

Para obtener el hidrograma unitario a partir del hidrograma de escurrimiento directo y el hietograma de lluvia efectiva, es necesario resolver el sistema de ecuaciones (6.8).

La solución del sistema de ecuaciones definido por (6.8) muy pocas veces se puede obtener, ya que el hidrograma unitario es muy sensible a pequeños errores de los datos de partida y, en ocasiones, la solución puede dar resultados negativos.

En consecuencia, para superar esta anomalía y tener una solución viable se usará el procedimiento propuesto por Raudkivi (1979), el cual esta basado en aceptar un error pequeño en cada ecuación del sistema (6.8), es decir se determina que el error  $e_i$  admitido esta estipulado por la expresión:

$$e_i = Q_m - Q_i = Q_m - (P_{e1} u_i + P_{e2} u_{i-1} + P_{e3} u_{i-2} + \dots + P_{ei} u_1)$$

(6.10)

donde  $Q_m$  y  $Q_i$  son los gastos medidos y estimados, respectivamente.

Asimismo, para asegurarse que el error  $e_i$  sea pequeño, se hace mínima la suma de los cuadrados de los errores:

$$S = \sum e_i^2$$

(6.11)

Lo anterior significa que  $S$  se deriva parcialmente con respecto a cada  $u_i$  y se iguala a cero. De esta manera se forma un sistema de ecuaciones que permite calcular los valores de las ordenadas del hidrograma unitario.

Aplicando este proceso se llega a establecer el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\phi_{Pe} Q(\tau) = \sum_{i=1}^{NU} u_i \phi_{PePe}(\tau - i + 1)$$

(6.12)

Sujeta a  $\tau = 0, 1, \dots, (NU - 1)$ ;                      para  $\tau > NU$                        $\phi_{Pe} Q(\tau) = 0$

$$\phi_{Pe} Q(\gamma) = \sum_{l=1}^{NQ} P_{el} Q_{l+\gamma}$$

(6.13)

Sujeta a  $\gamma = 0, 1, \dots, (NU - 1)$ ;                      para  $l > NP$                        $P_{e1} = 0$

$$\phi_{PePe}(\rho) = \sum_{k=1}^{NP} P_{ek} P_{ek+\rho}$$

(6.14)

Sujeta a  $\rho = 0, 1, \dots, (NP - 1)$ ;                      para  $\rho > (NP - 1)$                        $\phi_{PePe}(\rho) = 0$

## 6.6. Hidrogramas unitarios sintéticos

Si no se disponen de registros simultáneos de lluvia y escurrimientos, se puede estimar un hidrograma unitario para una cuenca hidrológica en estudio, a partir de alguna de las características fisiográficas de la cuenca.

Para este tipo de aplicaciones se utiliza un hidrograma unitario obtenido en una cuenca o región hidrológica utilizando los parámetros fisiográficos del lugar donde fue calibrado. Se denominan hidrogramas unitarios sintéticos y los más importantes se enuncian a continuación.

### a) Hidrograma Unitario Triangular (HUT)

Se ha desarrollado para cuencas pequeñas, su forma es triangular y para su aplicación es necesario conocer las características fisiográficas de la cuenca.

El gasto pico se obtiene con la expresión:

$$q_p = 0.208 \frac{A}{t_p}$$

(6.15)

donde  $q_p$  es el gasto pico, en  $m^3/s/mm$ ;  $A$  es el área de la cuenca, en  $km^2$ ;  $t_p$  es el tiempo pico, en horas.

La figura 6.10 indica la forma del hidrograma unitario triangular (HUT), incluyendo sus tiempos pico ( $t_p$ ) y de recesión ( $t_r$ ).

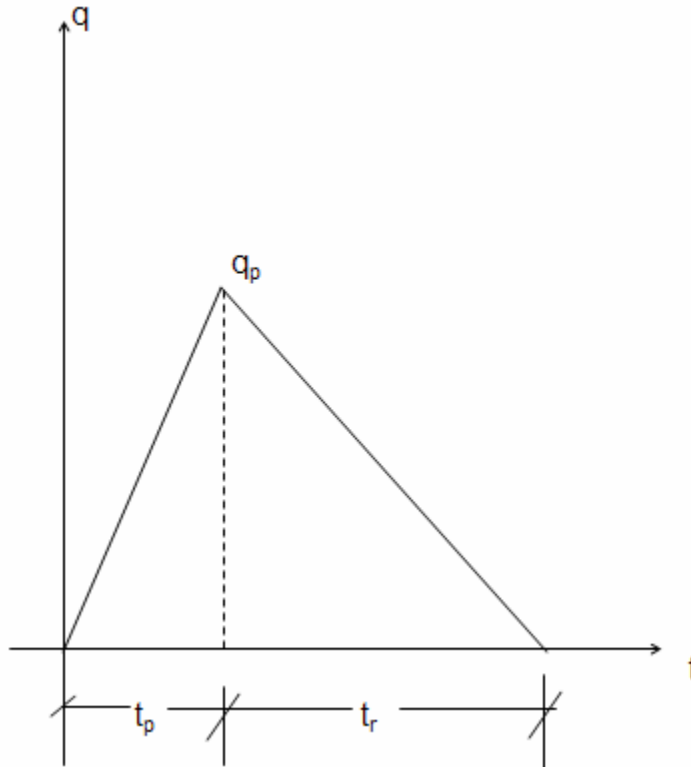


Figura 6.10. Hidrograma Unitario Triangular

Los tiempos pico ( $t_p$ ) y de recesión ( $t_r$ ), se evalúan con las expresiones:

$$t_p = \sqrt{t_c} + 0.6 t_c \quad (6.16)$$

$$t_r = 1.67 t_p \quad (6.17)$$

donde  $t_c$  es el tiempo de concentración de la cuenca hidrológica de estudio.

El hidrograma de escurrimiento directo se calcula multiplicando cada una de las ordenadas del hidrograma unitario triangular (HUT) por la lluvia efectiva,  $P_e$ , expresada en mm.

### b) Hidrograma Unitario Adimensional del Servicio de Conservación de Suelos (SCS)

El Servicio de Conservación de Suelos Soil de los Estados Unidos (SCS, 1975) propone usar el hidrograma unitario adimensional de la figura 6.11.

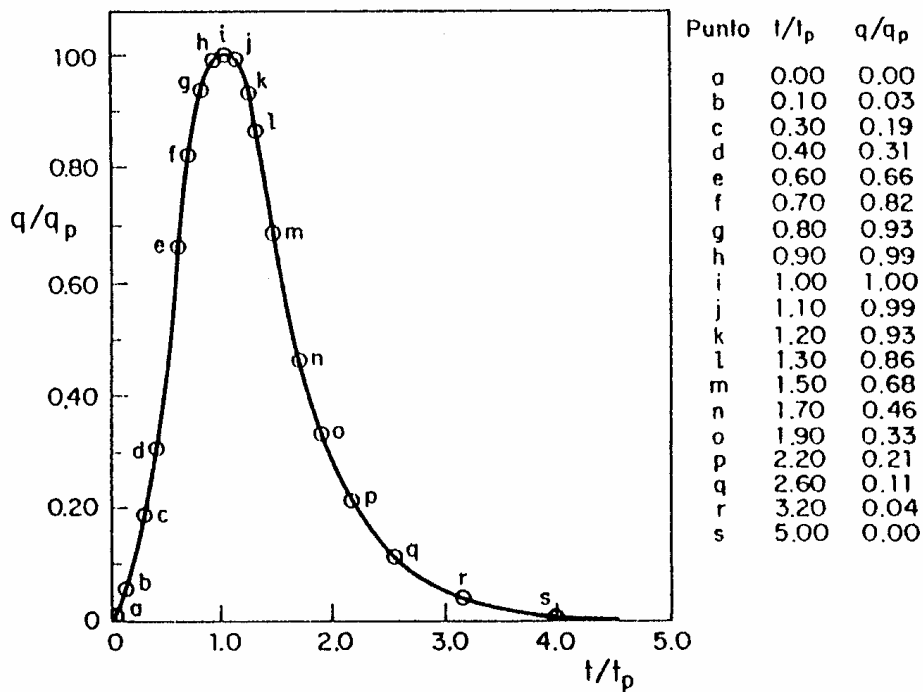


Figura 6.11. Hidrograma unitario adimensional del Servicio de Conservación de Suelos (SCS)

Para definir el hidrograma unitario adimensional se calcula el gasto pico ( $q_p$ ) y el tiempo pico ( $t_p$ ) con las expresiones:

$$q_p = 0.208 \frac{A}{t_p} \quad (6.18)$$

$$t_p = \sqrt{t_c} + 0.6 t_c \quad (6.19)$$

donde  $q_p$  es el gasto pico, en  $m^3/s/mm$ ,  $A$  es el área de la cuenca, en  $km^2$ ;  $t_c$  es el tiempo de concentración, en horas;  $t_p$  es el tiempo pico, en horas.

La forma del hidrograma unitario queda definida al multiplicar los valores de las ordenadas y las abscisas, que aparecen en la figura 6.11, por  $q_p$  y  $t_p$ , respectivamente, de la manera siguiente:



- a). Se escoge un valor de  $t/t_p$  y con el auxilio de la figura 6.11 se obtiene  $q/q_p$ .
- b). Conocido  $q_p$  se despeja el valor de  $q$ .
- c). De la relación  $t/t_p$  seleccionada se despeja el valor de  $t$ .
- d). Se repite el procedimiento mencionado varias veces y los valores de  $q$  y  $t$  así calculados y se dibujan para definir la forma del hidrograma unitario.
- e). El hidrograma de escurrimiento directo se obtiene multiplicando cada una de las ordenadas del hidrograma unitario por la lluvia efectiva,  $P_e$ , expresada en mm.

### c) Método de I-Pai-Wu

Este método desarrollado por Wu (1963) permite calcular el gasto máximo y la forma del hidrograma y su teoría se basa en el modelo lineal propuesto por Nash (1959) para obtener el hidrograma unitario instantáneo (HUI).

El gasto se calcula aplicando la expresión:

$$Q(t) = \frac{1}{K(n-1)!} \left[ \frac{t}{K} \right]^{n-1} e^{-t/K}$$

(6.20)

Para calcular el gasto pico se propone la ecuación:

$$Q_p = 0.278 \frac{A P_e}{t_p} f(n, t_p)$$

(6.21)

donde  $Q_p$  es el gasto pico, en  $m^3/s$ ;  $P_e$  es la lluvia efectiva, en mm;  $A$  es el área de la cuenca, en  $km^2$ ;  $t_p$  es el tiempo de concentración, en horas;  $f(n, t_p)$  es una variable auxiliar.

Para estimar la magnitud de la variable auxiliar se utiliza la expresión:

$$f(n, t_p) = \frac{(n-1) e^{-n}}{\Gamma(n)}$$

(6.22)

donde **n** es una constante que depende de las características fisiográficas de la cuenca en estudio; **t<sub>p</sub>** es el tiempo pico;  $\Gamma(\mathbf{n})$  es la función matemática gamma.

Además, el valor de **n** para la cuenca de estudio se obtiene con la ecuación:

$$n = \frac{4 t_p}{K} \quad (6.23)$$

donde **K** es el coeficiente de almacenamiento.

Por su parte, para estimar los valores de **t<sub>p</sub>** y **K**, I-Pai-Wu propone utilizar las dos ecuaciones siguientes:

$$t_p = 0.98 (A)^{1.085} (L)^{-1.233} (S)^{-0.668} \quad (6.24)$$

$$K = 0.73 (A)^{0.937} (L)^{-1.474} (S)^{-1.473} \quad (6.25)$$

donde **t<sub>p</sub>** es el tiempo pico, en horas; **L** es la longitud de la corriente principal, en km; **A** es el área de la cuenca, en km<sup>2</sup>; **S** es la pendiente del cauce principal, calculada con el criterio de Taylor-Schwartz, expresada en porcentaje.

El proceso para obtener el hidrograma de escurrimiento es:

- 1) Se calculan las características fisiográficas de la cuenca, **t<sub>p</sub>** y **K**, con las ecuaciones (6.24) y (6.25).
- 2) Se calcula el valor de **n** con la ecuación (6.23).
- 3) Conocida la magnitud de **n**, se calcula **f** (**n**, **t<sub>p</sub>**) con la ecuación (6.22).
- 4) Se obtiene el gasto pico con la ecuación (6.21).
- 5) Con **t/t<sub>p</sub>** del hidrograma sintético de la figura 6.12, se calcula **Q/Q<sub>p</sub>** o bien se determina con la expresión:

$$\frac{Q}{Q_p} = \left[ \frac{t}{t_p} \right]^{n-1} \left[ e^{-\left(\frac{t}{t_p} - 1\right)^{n-1}} \right]$$

(6.26)

6) Se despeja el valor de Q con el hidrograma sintético de la figura 6.12 o bien con la expresión (6.26).

La precipitación efectiva en la cuenca donde se desea calcular el hidrograma de escurrimiento directo es calculada a partir de los datos registrados en una estación llamada base  $P_b$ .

Con esa información se determinan las curvas intensidad-duración-periodo de retorno (i-d- $T_r$ ). Conocidas éstas, se selecciona una duración d, el periodo de retorno  $T_r$  de interés y se obtiene la magnitud de la intensidad (i).

Posteriormente, con el resultado anterior se obtiene la  $P_b = (i)(d)$  y con ayuda del número N (o con el coeficiente de escurrimiento C o el índice de infiltración media), se obtiene la precipitación efectiva en la estación base  $P_{eb}$ .

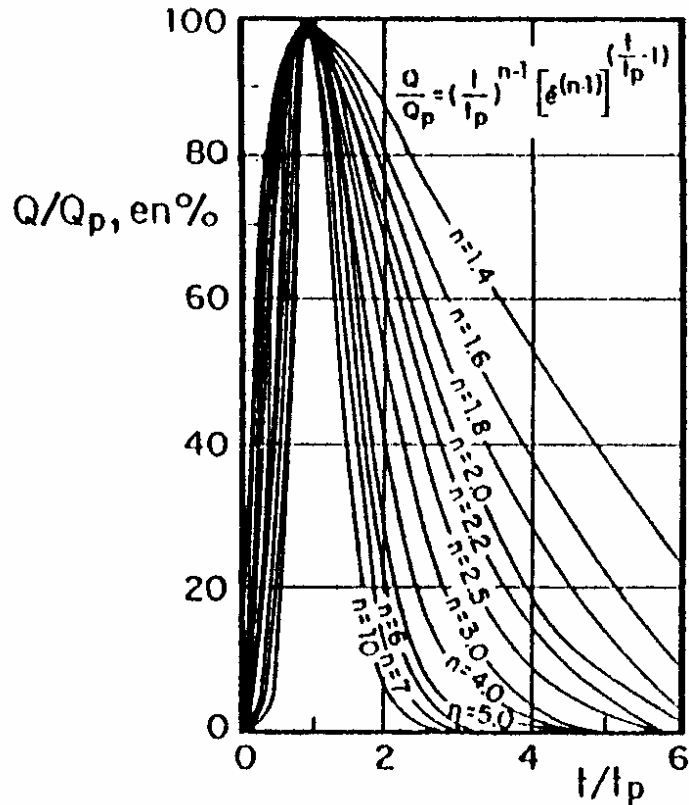


Figura 6.12. Hidrograma adimensional propuesto por I-Pai-Wu

Si la estación base está dentro de la cuenca de estudio se cumple que:

$$P_e = P_{eb} \quad (6.27)$$

Si la estación base está fuera de la cuenca de estudio se tiene que:

$$P_e = F P_{eb} \quad (6.28)$$

donde **F** es un factor de ajuste que toma en cuenta la localización de la estación base y está definido como:

$$F = \frac{\text{Lluvia en 24 horas en la estación dentro de la cuenca para } T_r = 50 \text{ años}}{\text{Lluvia en 24 horas en la estación base para } T_r = 50 \text{ años}} \quad (6.29)$$

Asimismo, es importante recalcar que este método no proporciona un hidrograma unitario, sino el de escurrimiento directo, ya que el cálculo de  $Q_p$ , con la ecuación (6.21), ya considera a la lluvia efectiva.

#### **d) Método de Chow (1962)**

El método de Chow permite conocer solamente el gasto máximo del hidrograma de escurrimiento directo para un periodo de retorno dado y se aplica a cuencas hidrológicas menores de 25 km<sup>2</sup>.

El gasto pico del escurrimiento directo se calcula con la expresión:

$$Q_p = q_p P_e$$

(6.30)

donde  $q_p$  es el gasto pico del hidrograma unitario, en m<sup>3</sup>/s/mm;  $P_e$  es la lluvia efectiva, en mm.

En el hidrograma o curva S el gasto de equilibrio puede calcularse con:

$$q_e = \frac{A}{3.6 d}$$

(6.31)

El factor de reducción Z, propuesto por Chow, se calcula a partir de la relación:

$$Z = \frac{q_p}{q_e}$$

(6.32)

Sustituyendo las ecuaciones (6.31) y (6.32) en la (6.30) se obtiene:

$$Q_p = 0.278 \frac{A Z P_e}{d}$$

(6.33)

Multiplicando el numerador y denominador de la ecuación (6.33) por  $P_{eb}$  ( $P_{eb}$  es la lluvia en exceso calculada para la estación base y que está expresada en mm para una duración dada), se tiene:

$$Q_p = A Z \frac{P_{eb}}{d} \frac{P_e}{P_{eb}}$$

(6.34)

Ahora bien, si consideramos que:

$$X = \frac{P_{eb}}{d}; \quad y \quad Y = 0.278 \frac{P_e}{P_{eb}}$$

(6.35)

La ecuación (6.34) se transforma de la forma siguiente:

$$Q_p = A X Y Z$$

(6.36)

donde **A** es el área de la cuenca, en km<sup>2</sup>; **X** es el factor de escurrimiento ( $P_{eb}$ , en mm y d, en horas); **Y** es el factor climático ( $P_e$  y  $P_{eb}$ , en mm); **Z** es el factor de reducción, adimensional.

### **d.1). Procedimiento para calcular los factores X, Y y Z**

- 1) Se obtienen X y Y en función de  $P_{eb}$  o  $P_e$  con la ecuación (6.35).
- 2) Con el auxilio de la figura 6.13, se calcula el factor Z en función de la relación entre la duración de la tormenta d y el tiempo de retraso  $t_R$ . El tiempo de retraso se define como el tiempo que transcurre entre el centroide del hietograma de lluvia efectiva y el tiempo pico del hidrograma de escurrimiento directo, tal como puede observarse en la figura 6.14.

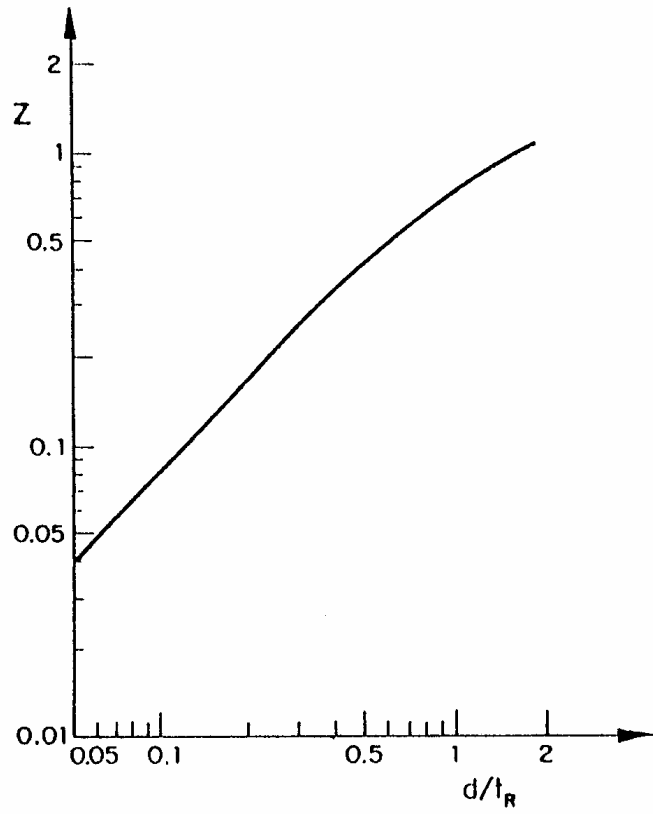


Figura 6.13. Factor de reducción  $Z$

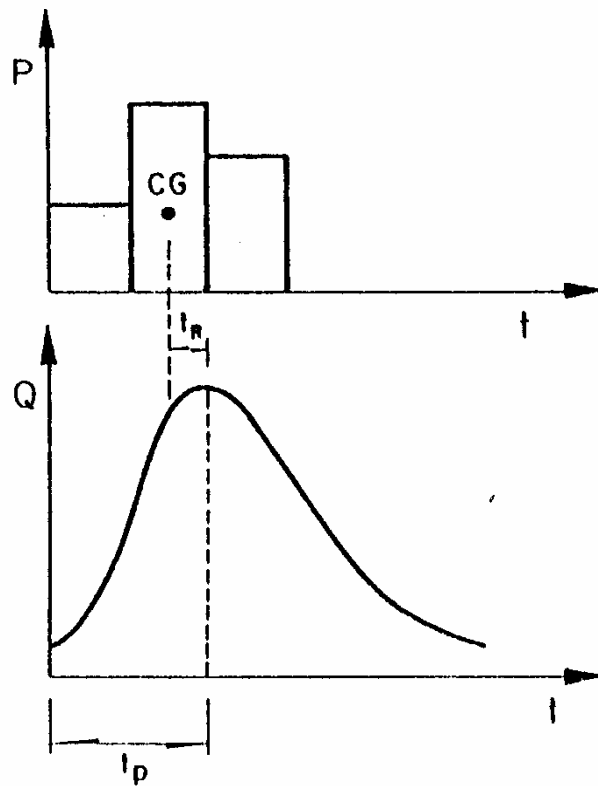


Figura 6.14. Definición del tiempo de retraso

El tiempo de retraso depende, principalmente, de las características fisiográficas de la cuenca y de la forma del hidrograma y es independiente de la lluvia. Para calcular el tiempo de retraso, Chow (1962) propone la ecuación:

$$t_R = 0.0050 \left[ \frac{L}{\sqrt{S}} \right]^{0.64} \quad (6.37)$$

donde **L** es la longitud del cauce principal, en metros; **S** es la pendiente del cauce principal, en %; **t<sub>R</sub>** es el tiempo de retraso, en horas.

Linsley y colaboradores (1975) recomiendan calcular el tiempo de retraso **t<sub>R</sub>** con la expresión:



$$t_R = 0.75174 (C_t) \left[ \frac{L L_{ca}}{\sqrt{S}} \right]^n$$

(6.38)

donde **L** es la longitud de la corriente principal, en km; **L<sub>ca</sub>** es la longitud de la corriente principal desde la salida de la cuenca, hasta el punto más cercano al centro de gravedad de la cuenca, en km (los puntos deben estar ubicados sobre el cauce principal); **S** es la pendiente de la cuenca; **n** es una constante (para montañas, pie de montes y valles, el valor de  $n = 0.38$ ); **C<sub>t</sub>** es el coeficiente que representa las variaciones de la pendiente y el almacenamiento en la cuenca (para cuencas naturales varía entre 1.35 y 1.65 y para zonas urbanas, de acuerdo con las mediciones realizadas por Eagleson, se obtuvo que oscila entre 0.16 y 0.24).

En tanto que Snyder (1938) propone determinar el valor de  $t_R$  mediante la ecuación siguiente:

$$t_R = C_t (L L_{ca})^{0.3}$$

(6.39)

O bien, se puede utilizar la ecuación:

$$t_R = 0.6 t_c$$

(6.40)

donde **t<sub>c</sub>** es el tiempo de concentración, en horas.

## **d.2). Cálculo del gasto máximo**

Para obtener el gasto máximo utilizando el método de Chow, se recomienda utilizar el procedimiento que a continuación se menciona:

- 1) Se elige una duración de lluvia  $d$  para la tormenta de diseño (se sugiere empezar con  $d$  igual al  $t_c$ ).
- 2) Se escoge el periodo de retorno de acuerdo con la estructura que se va a diseñar.
- 3) Se estiman los valores de  $P_e$  y  $P_{eb}$  con la secuencia señalada.
- 4) Se calculan los factores  $X$  y  $Y$ .

- 5) Se calcula la relación  $d/t_R$ , para determinar el factor Z con ayuda de la figura 6.13.
- 6) Se calcula el gasto pico con la ecuación (6.36).
- 7) Se repite el procedimiento para otras duraciones, tal como se indica en el punto 1.
- 8) El valor más grande de los gastos pico calculado con la ecuación (6.36) corresponde al gasto de diseño.

**Ejemplo 6. 1.** Hidrograma unitario tradicional

Determinar el hidrograma unitario tradicional para una cuenca hidrológica de un área de  $888 \text{ km}^2$ , en la cual se tienen registros de lluvia y escurrimiento.

La figura 6.15 muestra el comportamiento de los registros de lluvia y escurrimiento, el índice de infiltración media y la duración efectiva del hietograma.

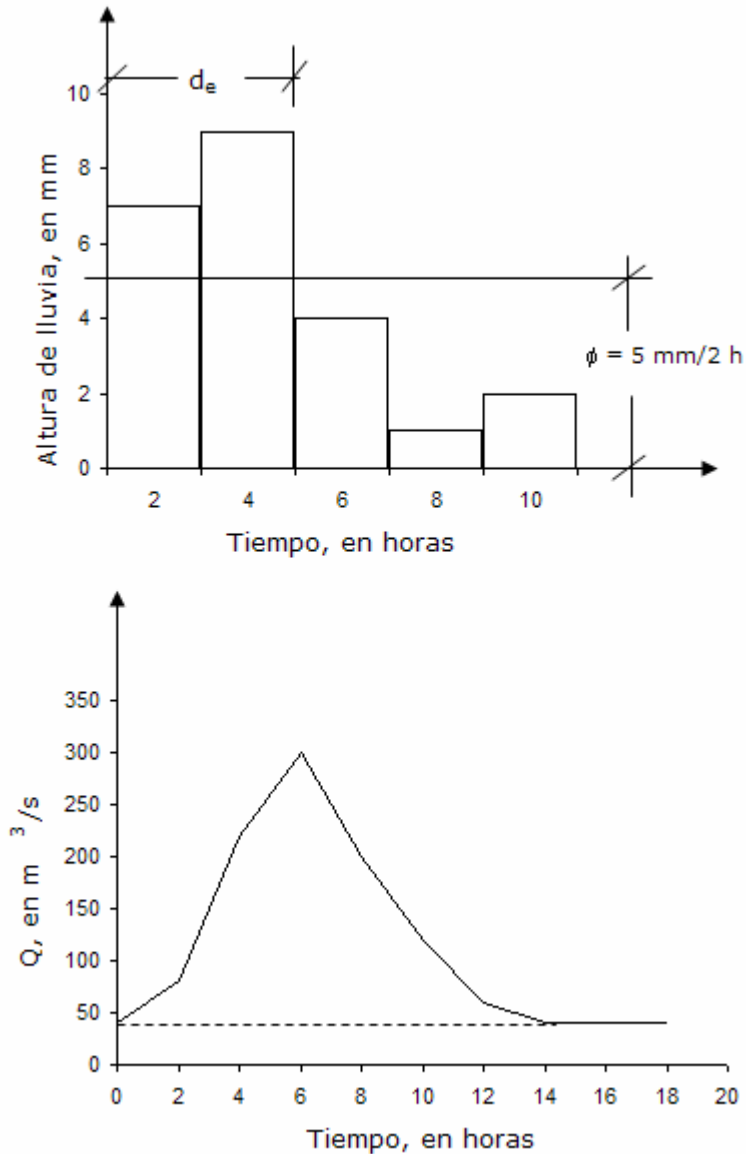


Figura 6.15. Registro simultáneo de lluvia y escurrimiento

**Solución:**

a) Se procede a separar el escurrimiento directo y el base.

En este caso el gasto base es constante y es igual a  $Q_B = 40 \text{ m}^3/\text{s}$ .

b) Se calcula el volumen de escurrimiento directo.

$$V_{ED} = \Delta t \sum (Q_i) = 2 (40 + 180 + 260 + 160 + 80 + 20) = 5.328 (10^6) \text{ m}^3$$

c) Se calcula la altura de lluvia efectiva ( $P_e$ )

$$P_e = \frac{V_{ED}}{A_c} = \frac{5.328 (10^6) \text{ m}^3}{888 (10^6) \text{ m}^2} = 6 \text{ mm}$$

d) Se estima el índice de infiltración media ( $\phi$ )

Se determina por prueba y error suponiendo varios valores de  $\phi$ , hasta que se satisfaga que  $P_e = 6 \text{ mm}$

Por ejemplo supongamos que  $\phi = 4 \text{ mm}$

$$P_e = (7-4) + (9-4) = 3 + 5 = 8 \text{ mm} \neq 6 \text{ mm}$$

Finalmente supongamos que  $\phi = 5 \text{ mm}$

$$P_e = (7-5) + (9-5) = 2 + 4 = 6 \text{ mm}$$

En consecuencia:

$$\phi = 5 \text{ mm}/2\text{h} = 2.5 \text{ mm/h}$$

$$\phi = 2.5 \text{ mm/h}$$

e) Cálculo de las ordenadas del hidrograma unitario.

El proceso de estimación de las ordenadas del hidrograma unitario se sintetiza en la tabla 6.4.

Tabla 6.4. Cálculo de las ordenadas del hidrograma unitario

(1) Tiempo, horas	(2) Escorrentamiento total, m <sup>3</sup> /s	(3) Escorrentamiento base, m <sup>3</sup> /s	(4) Escorrentamiento directo (2)-(3)	(5) Ordenadas del HU (4)/Pe, m <sup>3</sup> /s/mm
0	40	40	0	0.00
2	80	40	40	6.67
4	220	40	180	30.00
6	300	40	260	43.33
8	200	40	160	26.67
10	120	40	80	13.33
12	60	40	20	3.33
14	40	40	0	0.00
Total			740	123.33

f). Con los valores de la tabla 6.4 se grafica el hidrograma unitario tal como aparece en la figura 6.16

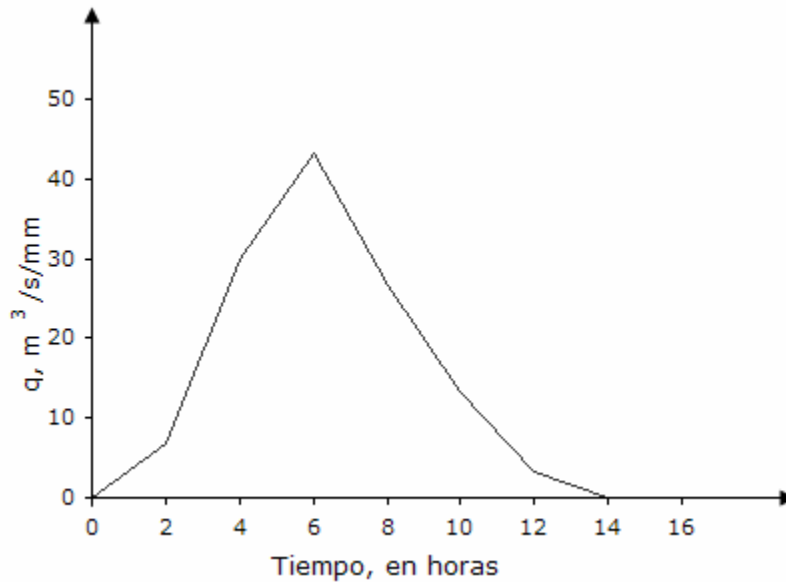


Figura 6.16. Hidrograma Unitario

g). El hidrograma unitario es válido para:

$$d_e = 4 \text{ horas}$$

$$h_e = 1 \text{ mm}$$

#### h). Comprobación

Para verificar si el cálculo del hidrograma unitario es el correcto, se efectúa la comprobación siguiente:

$$P_e = \frac{V_{ED}}{A_c}$$

$$A_c = \frac{V_{ED}}{h_e} = \frac{123.33 (2) (3600) \text{ m}^3}{10^{-3} \text{ m}}$$

$$A_c = 887.9 \text{ km}^2 \approx 888 \text{ km}^2 ; \quad \text{En consecuencia: estimación correcta}$$

#### **Ejemplo 6.2.** Hidrograma o curva S

Calcular el hidrograma unitario asociado a una duración en exceso  $d_e = 2$  horas. Utilizar los resultados del problema anterior y aplicar el método de la curva o hidrograma S.

#### **Solución:**

a). Se desplaza el hidrograma unitario un  $\Delta t = 4$  horas varias veces y se calcula su envolvente. La tabla 6.5 muestra el proceso.

Tabla 6.5. Cálculo del Hidrograma S

(1) Tiempo, horas	(2) HU $d_e = 4$ h	(3) HU despla- zado 4 h	(4) HU despla- zado 8 h	(5) HU despla- zado 12 h	(6) HU despla- zado 16 h	(7) Hidrograma S	(8) Hidrograma S ajustado
0	0.00					0.00	0.00
2	6.67					6.67	6.67
4	30.00	0.00				30.00	30.00
6	43.33	6.67				50.00	50.00
8	26.67	30.00	0.00			56.67	56.67
10	13.33	43.33	6.67			63.33	61.67
12	3.33	26.67	30.00	0.00		60.00	61.67
14	0.00	13.33	43.33	6.67		63.33	61.67
16		3.33	26.67	30.00	0.00	60.00	61.67
18		0.00	13.33	43.33	6.67	63.33	61.67
20			3.33	26.67	30.00	60.00	61.67

b). El hidrograma S indicado en la columna (7) presenta oscilaciones en sus ordenadas. Para eliminarlas se procede a calcular el gasto de equilibrio de la cuenca con la expresión:

$$q_{eq} = \frac{A_c}{3.6 d_e} = \frac{888}{3.6 (4)} = 61.67$$

c). Se determina el hidrograma S ajustado. En la columna (8) se observa el resultado obtenido.

d). Se desplaza el hidrograma S, un tiempo de 2 horas, el cual corresponde a la duración del hidrograma unitario que se desea determinar.

El procedimiento se indica en la tabla 6.6, mientras que la figura 6.17 señala el proceso gráfico.

Tabla 6.6. Hidrograma S desplazado 2 horas

(1) Tiempo, horas	(2) HU $d_e = 4 \text{ h}$	(3) Hidrograma S ajustado	(4) Hidrograma S Desplazado 2 h	(5) (3) - (4)	(6) HU para $d_e = 2 \text{ h}$ (5)x(4/2)
0	0.00	0.00		0.00	0.00
2	6.67	6.67	0.00	6.67	13.33
4	30.00	30.00	6.67	23.33	46.66
6	43.33	50.00	30.00	20.00	40.00
8	26.67	56.67	50.00	6.67	13.34
10	13.33	61.67	56.67	5.00	10.00
12	3.33	61.67	61.67	0.00	0.00
14	0.00	61.67	61.67	0.00	0.00
16		61.67	61.67	0.00	0.00
Total	123.33				123.33

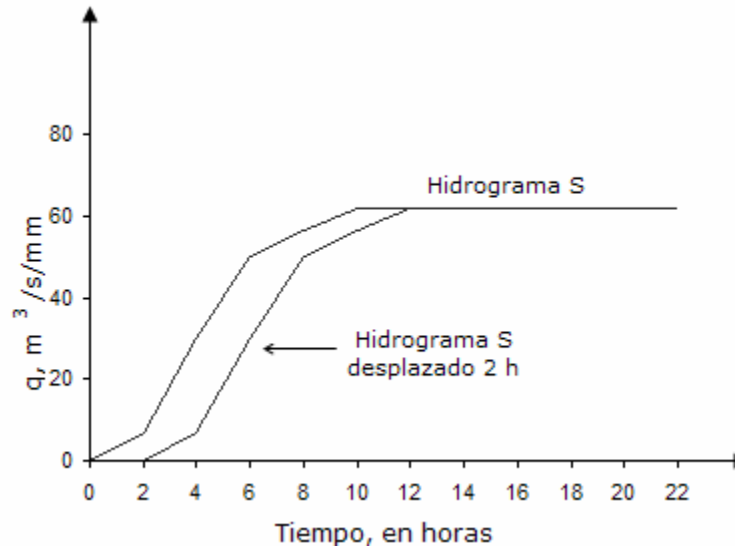


Figura 6.17. Proceso gráfico para obtener el hidrograma S

e). La figura 6.18 presenta el hidrograma unitario válido para una duración efectiva de 2 horas y una altura de lluvia efectiva de 1 mm.



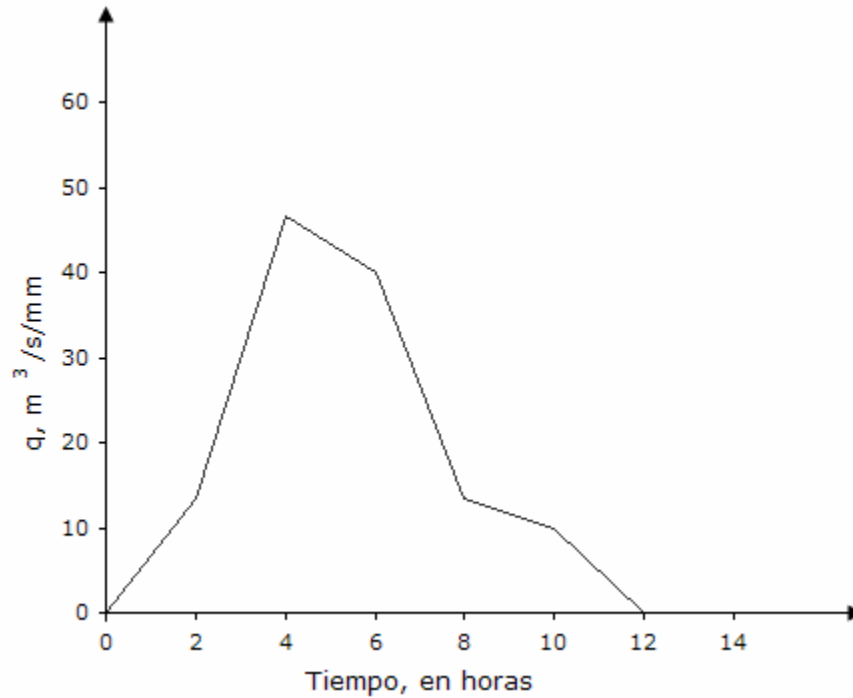


Figura 6.18. Hidrograma unitario válido para una  $d_e = 2 h$  y una  $h_e = 1 mm$

**Ejemplo 6.3.** Hidrograma Unitario Instantáneo (HUI)

Calcular el hidrograma unitario instantáneo para una cuenca hidrológica donde se tienen registros simultáneos de lluvia en exceso y el hidrograma de escurrimiento directo.

**Solución:**

- a). El registro disponible de lluvia efectiva y escurrimiento directo se muestra en la figura 6.19.

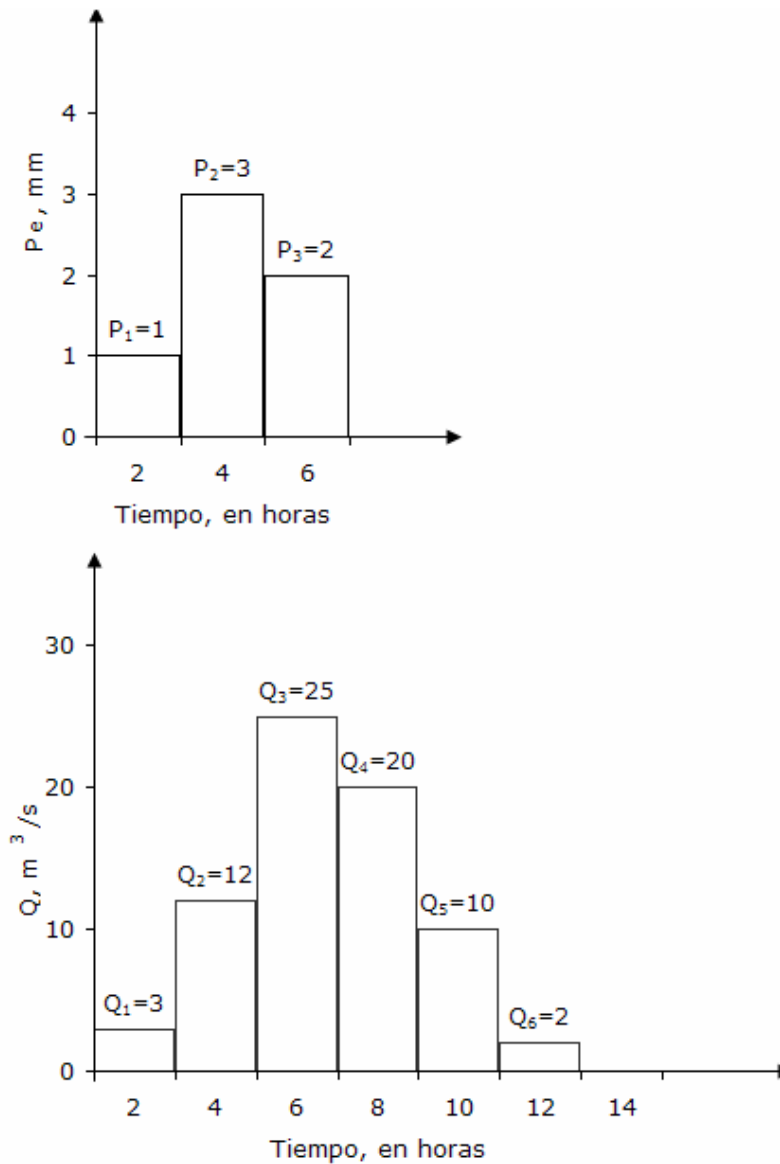


Figura 6.19. Histograma de lluvia en exceso e hidrograma de escurrimiento directo

b). El número de ordenadas del hidrograma unitario instantáneo se determina con la expresión:

$$NU = NQ - NP + 1; \text{ donde: } NQ = 6 \text{ y } NP = 3$$

$$NU = 6 - 3 + 1 = 4$$

c). A partir del método de covarianzas, se procede a desarrollar las ecuaciones (6.12), (6.13) y (6.14) y su resultado es:

$$\phi_{PQ}(\tau) = \sum_{i=1}^{NU} u_i \phi_{PP}(\tau - i + 1), \quad \tau = 0, 1, \dots, (NU - 1)$$

$$\tau > (NU), \quad \phi_{PQ}(\tau) = 0$$

$$\tau = 0 \quad \phi_{PQ}(0) = u_1 \phi_{PP}(0) + u_2 \phi_{PP}(-1) + u_3 \phi_{PP}(-2) + u_4 \phi_{PP}(-3)$$

$$\tau = 1 \quad \phi_{PQ}(1) = u_1 \phi_{PP}(1) + u_2 \phi_{PP}(0) + u_3 \phi_{PP}(-1) + u_4 \phi_{PP}(-2)$$

$$\tau = 2 \quad \phi_{PQ}(2) = u_1 \phi_{PP}(2) + u_2 \phi_{PP}(1) + u_3 \phi_{PP}(0) + u_4 \phi_{PP}(-1)$$

$$\tau = 3 \quad \phi_{PQ}(3) = u_1 \phi_{PP}(3) + u_2 \phi_{PP}(2) + u_3 \phi_{PP}(1) + u_4 \phi_{PP}(0)$$

$$\phi_{PQ}(\gamma) = \sum_{l=1}^{NQ} P_l Q_{l+\gamma}, \quad \gamma = 0, 1, \dots, (NU - 1)$$

$$l > NP, \quad P_l = 0$$

$$\gamma = 0 \quad \phi_{PQ}(0) = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 + P_3 Q_3 = 1(3) + 3(12) + 2(25) = 89$$

$$\gamma = 1 \quad \phi_{PQ}(1) = P_1 Q_2 + P_2 Q_3 + P_3 Q_4 = 1(12) + 3(25) + 2(20) = 127$$

$$\gamma = 2 \quad \phi_{PQ}(2) = P_1 Q_3 + P_2 Q_4 + P_3 Q_5 = 1(25) + 3(20) + 2(10) = 105$$

$$\gamma = 3 \quad \phi_{PQ}(3) = P_1 Q_4 + P_2 Q_5 + P_3 Q_6 = 1(20) + 3(10) + 2(2) = 54$$

$$\phi_{PP}(\rho) = \sum_{k=1}^{NP} P_k P_{k+\rho}, \quad \rho = 0, 1, \dots, (NP - 1)$$

$$\rho > (NP - 1), \quad \phi_{PP}(\rho) = 0$$

$$\rho = 0 \quad \phi_{PP}(0) = P_1 P_1 + P_2 P_2 + P_3 P_3 = 1(1) + 3(3) + 2(2) = 14$$

$$\rho = 1 \quad \phi_{PP}(1) = P_1 P_2 + P_2 P_3 = 1(3) + 3(2) = 9$$

$$\rho = 0 \quad \phi_{PP}(2) = P_1 P_3 = 1(2) = 2$$

d). Con el apoyo de los valores calculados en el punto anterior se forma el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{aligned}
 14 u_1 + 9 u_2 + 2 u_3 + 0 u_4 &= 89 \\
 9 u_1 + 14 u_2 + 9 u_3 + 2 u_4 &= 127 \\
 2 u_1 + 9 u_2 + 14 u_3 + 9 u_4 &= 105 \\
 0 u_1 + 2 u_2 + 9 u_3 + 14 u_4 &= 54
 \end{aligned}
 \tag{6.41}$$

e). Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales (6.41) se obtienen las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo, cuyo valores son:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= 2.33 \\
 u_2 &= 5.67 \\
 u_3 &= 2.61 \\
 u_4 &= 1.33
 \end{aligned}$$

f). La figura 6.20 muestra el hidrograma unitario instantáneo (HUI).

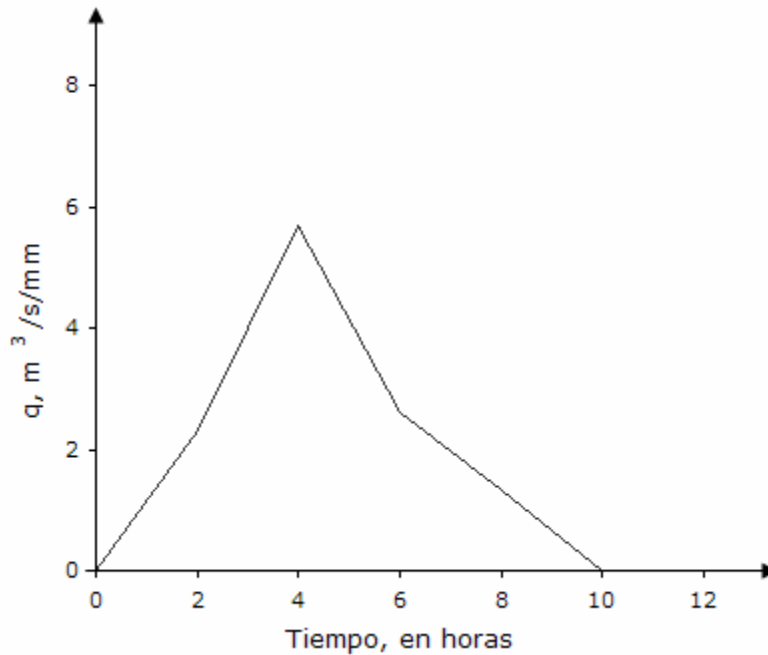


Figura 6.20. Hidrograma unitario instantáneo

**Ejemplo 6.4.** Hidrograma de escurrimiento directo a partir del hidrograma unitario instantáneo (HUI)

Calcular el hidrograma de escurrimiento directo con el hidrograma unitario instantáneo (HUI) obtenido en el ejemplo 6.3, para el hietograma de lluvia en exceso mostrado en la figura 6.21.

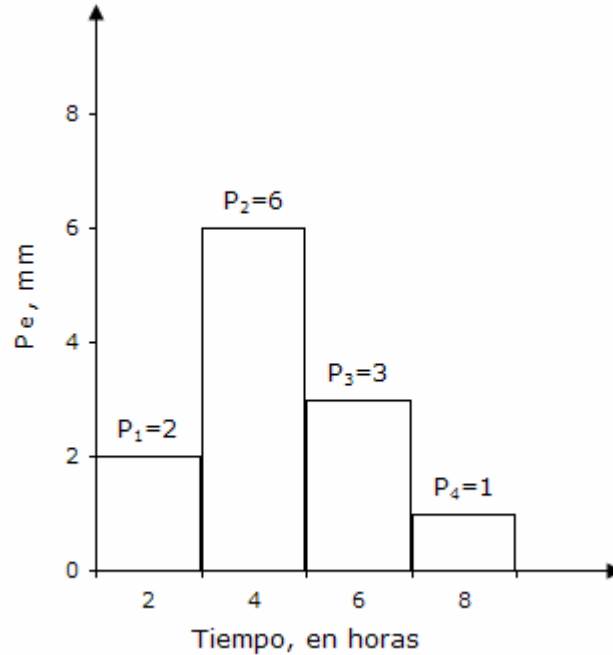


Figura 6.21. Hietograma de lluvia efectiva

**Solución:**

a). Los datos de la lluvia en exceso ( $P_e$ ) y ordenadas del hidrograma unitario instantáneo son:

$$P_e = \{ 2, 6, 3, 1 \}$$

$$u_i = \{ 2.33, 5.67, 2.61, 1.33 \}$$

b). Se determina el número de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo con el auxilio de la expresión:

$$NQ = NU + NP - 1, \quad \text{donde } NU = 4, \quad NP = 4$$

$$NQ = 4 + 4 - 1 = 7$$

c). Se calculan las ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo con la ecuación siguiente:

$$Q_i = \sum_{k=1}^i u_k P_{i-k+1}$$

$$Q_1 = P_1 u_1 = 2 (2.33) = 4.67$$

$$Q_2 = P_1 u_2 + P_2 u_1 = 2 (5.67) + (6)(2.33) = 25.33$$

$$Q_3 = P_1 u_3 + P_2 u_2 + P_3 u_1 = 2 (2.61) + 6 (5.67) + 3 (2.33) = 46.33$$

$$Q_4 = P_1 u_4 + P_2 u_3 + P_3 u_2 + P_4 u_1 = 2 (1.33) + 6 (2.61) + 3 (5.67) + 1 (2.33) = 38.00$$

$$Q_5 = P_2 u_4 + P_3 u_3 + P_4 u_2 = 6 (1.33) + 3 (2.61) + 1 (5.67) = 21.67$$

$$Q_6 = P_3 u_4 + P_4 u_3 = 3 (1.33) + 1 (2.61) = 6.67$$

$$Q_7 = P_4 u_4 = 1 (1.33) = 1.33$$

d). Con los resultados anteriores se construye el hidrograma de escurrimiento directo que se observa en la figura 6.22.

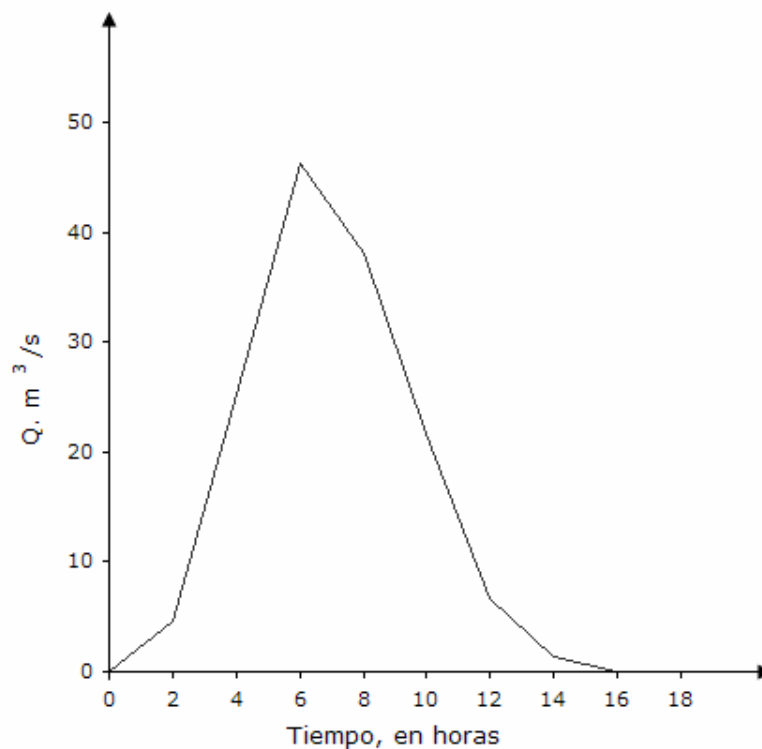


Figura 6.22. Hidrograma de escurrimiento directo

### Ejemplo 6.5. Hidrograma Unitario Triangular (HUT)

Utilizando el método del hidrograma unitario triangular (HUT), calcular el hidrograma unitario de una cuenca que drena un área de 160 km<sup>2</sup> y su tiempo de concentración es de 4.2 horas.

#### Solución:

a) Se calculan los tiempos pico y de recesión y el gasto máximo unitario.

Tiempo pico  $t_p$ :

$$t_p = \sqrt{t_c} + 0.6 t_c = \sqrt{4.2} + 0.6 (4.2) = 4.57 \text{ h}$$

Tiempo de recesión  $t_r$ :

$$t_r = 1.67 t_p = 1.67 (4.57) = 7.63 \text{ h}$$

Gasto pico unitario

$$q_p = 0.208 \frac{A}{t_p} = \frac{0.208 (160)}{4.57} = 7.28 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{mm}$$

b). Se determina la forma del hidrograma unitario con los resultados obtenidos. La figura 6.23 muestra el hidrograma unitario triangular propuesto por el USBR.

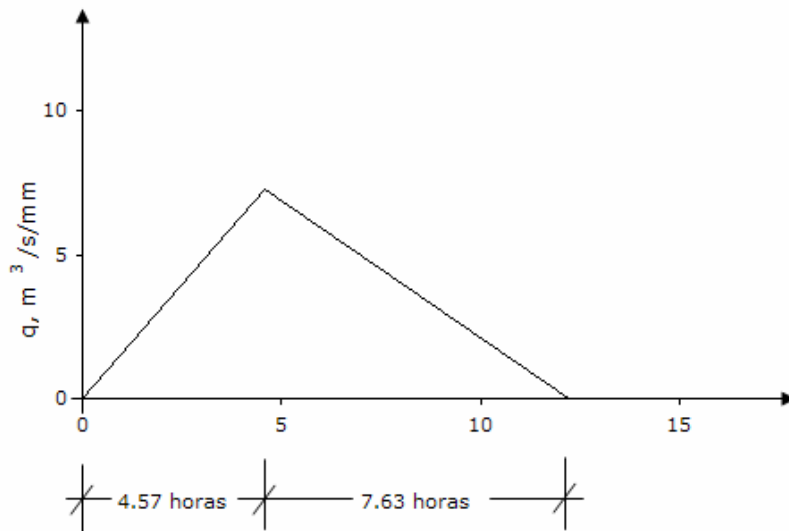


Figura 6.23. Hidrograma unitario triangular

**Ejemplo 6.6.** Método del Servicio de Conservación de Suelos (SCS).

Utilizando el método del Servicio de Conservación de Suelos (SCS) de los Estados Unidos, calcular el hidrograma de escurrimiento para una lluvia en exceso de 6 mm.

Las características de la cuenca de estudio son: área 215 km<sup>2</sup>; longitud del cauce principal 20.92 km; y pendiente media del cauce 0.006.

**Solución:**

a). Se calcula el tiempo de concentración con la fórmula de Kirpich, así como el tiempo pico y el gasto pico unitario:

$$t_c = 0.0003245 \left[ \frac{20.92 (1000)}{\sqrt{0.006}} \right]^{0.77} = 4.94 \text{ h}$$

$$t_p = \sqrt{t_c} + 0.6 t_c = \sqrt{4.94} + 0.6 (4.94) = 5.19 \text{ h}$$

$$q_p = 0.208 \frac{A_c}{t_p} = 0.208 \frac{(215)}{5.19} = 8.62 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{mm}$$

b). Con ayuda de la figura 6.11 y la relación  $t/t_p$ , se obtiene  $q/q_p$  tal como se indica en la columna (3) de la tabla 6.7.

c). A partir de estos valores se determinan las magnitudes de las ordenadas unitarias del hidrograma  $t$  y  $q$ , señaladas en las columnas (4) y (5) de la tabla 6.7.

d). Posteriormente, los datos de la columna (5) se multiplican por la altura de lluvia efectiva equivalente a 6 mm y de esta forma se obtienen las ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo,  $Q$ , indicadas en la columna (6).

e). La figura 6.24 ilustra el hidrograma de escurrimiento directo obtenido al aplicar el método del Servicio de Conservación de Suelos (SCS) de los Estados Unidos de América.



Tabla 6.7. Hidrograma de escurrimiento directo según el método del SCS

(1) Punto	(2) t/tp tp=5.19 h	(3) q/qp qp=8.62 m <sup>3</sup> /s/mm	(4) t, en h	(5) q, en m <sup>3</sup> /s/mm	(6) Q, en m <sup>3</sup> /s
a	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
b	0.10	0.03	0.52	0.26	1.55
c	0.30	0.19	1.56	1.64	9.83
d	0.40	0.31	2.08	2.67	16.03
e	0.60	0.66	3.11	5.69	34.14
f	0.70	0.82	3.63	7.07	42.41
g	0.80	0.93	4.15	8.02	48.10
h	0.90	0.99	4.67	8.53	51.20
i	1.00	1.00	5.19	8.62	51.72
j	1.10	0.99	5.71	8.53	51.20
k	1.20	0.93	6.23	8.02	48.10
l	1.30	0.86	6.75	7.41	44.48
m	1.50	0.68	7.79	5.86	35.17
n	1.70	0.46	8.82	3.97	23.79
o	1.90	0.33	9.86	2.84	17.07
p	2.20	0.21	11.42	1.81	10.86
q	2.60	0.11	13.49	0.95	5.69
r	3.20	0.04	16.61	0.34	2.07
s	5.00	0.00	25.95	0.00	0.00

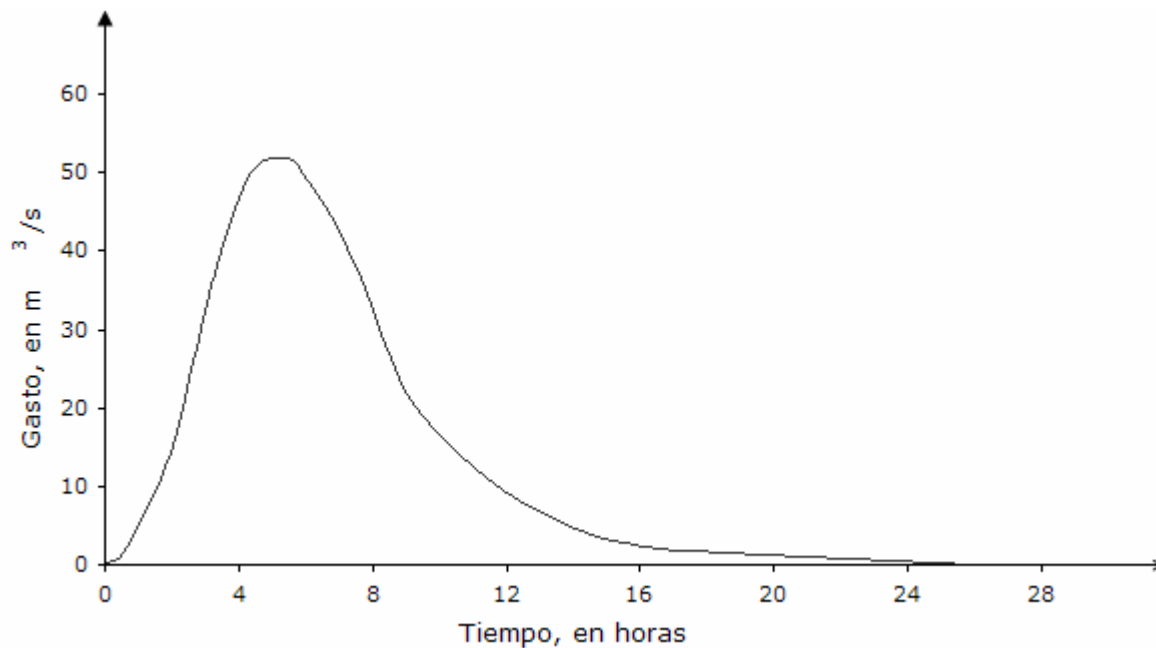


Figura 6.24. Hidrograma de escurrimiento directo obtenido al aplicar el método del Servicio de Conservación de Suelos (SCS)

**Ejemplo 6.7.** Método de I-Pai-Wu.

Aplicando el método de I-Pai-Wu, calcular la avenida de diseño asociada a un periodo de retorno de 25 años, para la cuenca del arroyo Ocotál, la cual drena un área de 60 km<sup>2</sup> (Fuentes y Franco, 1999).

De acuerdo con las características de la cuenca, le corresponde un valor del número de escurrimiento de N = 93 y su tiempo de concentración es de 1.7 h (102 min.). La longitud del cauce principal es de 15 km con una pendiente de 4.94%.

Dentro de la cuenca de estudio está ubicada la estación pluviométrica Huasuntlán y fuera de ella la pluviográfica Acayucán.

**Solución:**

a). La estación pluviográfica Acayucán se toma como la estación base y la ecuación de las curvas i-d-T<sub>r</sub> está representada por:

$$i = \frac{259.923 T_r^{0.356}}{d^{0.558}}$$

b). Se calcula la intensidad de la lluvia en la estación base para un Tr = 25 años y una d = 102 min.

$$i = \frac{259.923 (25)^{0.356}}{(102)^{0.558}} = 61.966 \text{ mm/h}$$

c). Por definición de intensidad de lluvia se sabe que:

$$i = \frac{P_b}{d}$$

$$P_b = i d = 61.966 (1.7) = 105.342 \text{ mm} = 10.534 \text{ cm}$$

d). La lluvia en exceso en la estación base es:

$$P_{eb} = \frac{\left[ P_b - \frac{508}{N} + 5.08 \right]^2}{P_b + \frac{2032}{N} - 20.32} = \frac{\left[ 10.534 - \frac{508}{93} + 5.08 \right]^2}{10.534 + \frac{2032}{93} - 20.32} = 8.54 \text{ cm}$$

d) Se calcula el factor de transporte F.

Como la estación base está fuera de la cuenca se estima el factor F, definido por:

$$F = \frac{F_1}{F_2}$$

donde  $F_1$  es la altura de precipitación en 24 h, en la estación dentro de la cuenca asociada a un periodo de retorno de 50 años; y  $F_2$  es la altura de precipitación en 24 h, en la estación base asociada a un periodo de retorno de 50 años. En este caso las magnitudes de  $F_1 = 252.0$  mm y  $F_2 = 164.3$  mm fueron calculadas a partir de una función de distribución lognormal, la cual resultó ser la función de mejor ajuste.

$$F = \frac{252.0}{164.3} = 1.534$$

e) Se calcula la lluvia en exceso en la cuenca de estudio:

$$P_e = P_{eb} (F) = 8.54 (1.534) = 13.10 \text{ cm}$$

f) Con las características de la cuenca se evalúan los valores de  $t_p$  y K:

$$t_p = 0.93 (A_c)^{1.085} (L)^{-1.233} (S)^{-0.668} = 0.93 (60)^{1.085} (15)^{-1.233} (4.94)^{-0.668} = 0.963 \text{ h}$$

$$K = 0.73 (A_c)^{0.937} (L)^{-1.474} (S)^{-1.473} = 0.73 (60)^{0.937} (15)^{-1.474} (4.94)^{-1.473} = 0.05935$$

g) Se estima el valor de n:

$$n = \frac{4 t_p}{K} = \frac{4 (0.963)}{0.05935} = 64.9$$

h) Se calcula la magnitud de la variable f ( $n$ ,  $t_p$ ):

$$f(n, t_p) = \frac{(n-1)^n e^{1-n}}{\Gamma(n)}$$

La función gamma  $\Gamma(n)$  se define mediante la integral:

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$$

Para calcular el valor de la función gamma se utilizan tablas matemáticas, fórmulas o bien polinomios que proporcionan resultados aproximados con un grado de aproximación adecuado.

La fórmula de Stirling (Abramowitz y Stegun, 1972) proporciona resultados satisfactorios para valores de  $0 \leq n \leq \pi$  y la expresión que permite realizar la estimación es:

$$\Gamma(n) = e^{-n} n^{(n-1/2)} \sqrt{2\pi} \left[ 1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} - \frac{139}{51840n^3} - \frac{571}{2488320n^4} \right]$$

Además, para otros valores de  $n$  se utiliza la fórmula recursiva:

$$\Gamma(n) = (n-1)! = (n-1)(n-2)(n-3)\dots(m) \Gamma(m)$$

donde  $1 \leq m \leq 2$

Aplicando las dos expresiones anteriores se procede a estimar el valor de  $\Gamma(n)$ :

$$\Gamma(n) = \Gamma(64.9) = (63.9)(62.9)(61.9)\dots(1.9) \Gamma(1.9) = 1.00308 (10^{89})$$

donde  $\Gamma(1.9) = 0.9761$

Finalmente, el valor de  $f(n, t_p)$  es:

$$f(n, t_p) = \frac{(63.9)^{30.9} (63.9)^{34} e^{1-64.9}}{1.00308 (10^{89})} = 3.20$$

i) Se evalúa el gasto pico con la ecuación (6.21):

$$Q_p = \frac{0.278 A_c P_e}{t_p} f(n, t_p) = \frac{0.278 (60) (131)}{0.963} (3.20) = 7260.9 \text{ m}^3 / \text{s}$$

- j). Se determina la forma del hidrograma de escurrimiento directo para  $n = 64.9$ , a partir de la ecuación (6.26) definida por:

$$\frac{Q}{Q_p} = \left[ \frac{t}{t_p} \right]^{n-1} \left[ e^{-n-1} \right]^{(t/t_p-1)}$$

Con ayuda de la ecuación (6.26) se van estimando parejas de datos que asocian los valores de tiempo y gasto ( $t, Q$ ) con el procedimiento que se describe a continuación.

Se supone, por ejemplo, que el valor de  $t/t_p = 0.75$  y además como  $n = 64.9$ , se calcula con la expresión (6.26) el valor de  $Q/Q_p$ , el cual es equivalente a:

$$\frac{Q}{Q_p} = 0.090$$

(6.42)

Además, el gasto pico es igual a:

$$Q_p = 7260.9 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Sustituyendo el valor de  $Q_p$  en la expresión (6.42) se tiene:

$$Q = 0.090 (7260.9) = 653.521 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Para la variable tiempo se tiene que  $t/t_p = 0.75$  y  $t_p = 0.963 \text{ h}$  y se determina:

$$t = 0.75 (0.963) = 0.722 \text{ horas}$$

- k). La primera pareja de datos que asocian tiempo y gasto es (0.722 horas,  $653.521 \text{ m}^3/\text{s}$ ). El proceso se repite tantas veces como sea necesario para determinar la forma del hidrograma de escurrimiento o avenida de diseño.

La tabla 6.8 indica en forma resumida los resultados obtenidos para 10 parejas de datos, mientras que la figura 6.25 muestra la avenida de diseño obtenida a partir del método de I-Pai-Wu.

Tabla 6.8. Ordenadas de la avenida de diseño a partir del método de I-Pai-Wu

$t/t_p$	$t$ , en h	$Q/Q_p$	$Q$ , en $m^3/s$
0.00	0.000	0.000	0
0.75	0.722	0.090	654
0.85	0.819	0.449	3,263
0.95	0.915	0.921	6,685
1.00	0.963	1.000	7,261
1.10	1.059	0.741	5,381
1.20	1.156	0.323	2,346
1.25	1.204	0.180	1,305
1.50	1.445	0.002	17
1.75	1.685	0.000	0

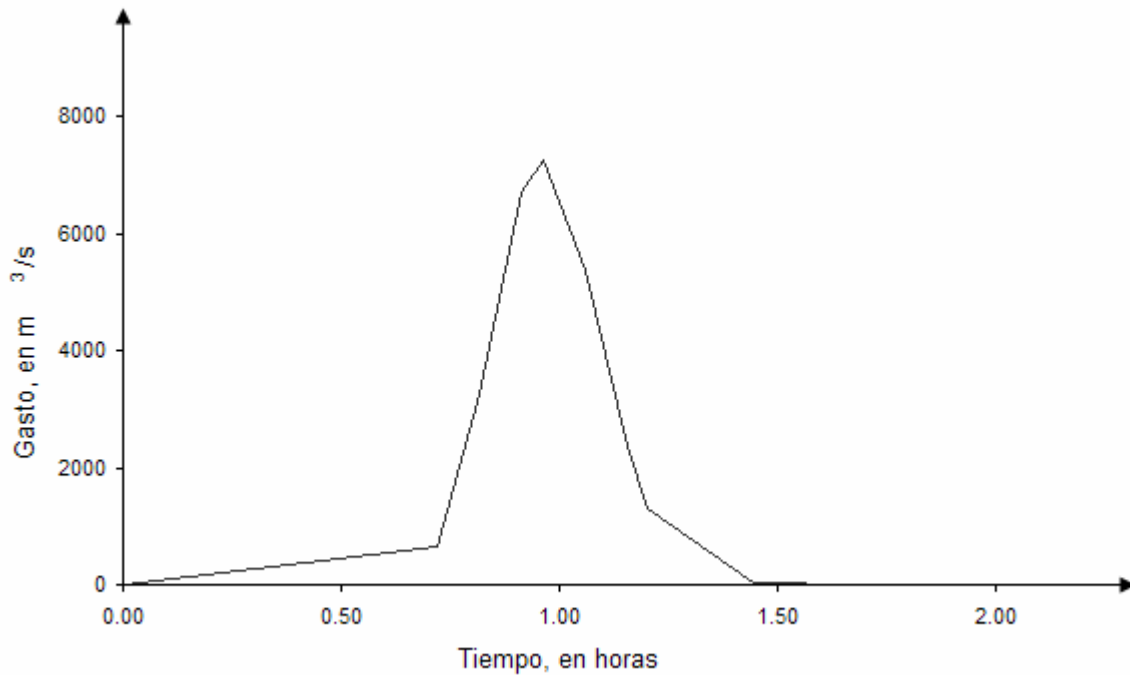


Figura 6.25. Avenida de diseño obtenida al aplicar el método de I-Pai-Wu

### **Ejemplo 6.8.** Método de Chow

Aplicando el método de Chow, calcular el gasto máximo para diseñar una alcantarilla de una carretera para un periodo de retorno de 10 años.

Los datos disponibles son los siguientes:

- El área de drenaje es de  $21.5 \text{ km}^2$  y está formada por bosques naturales en su mayor parte. Los porcentajes que se tienen son: 28% de bosque espeso, con alta transpiración; 64% de bosque normal, con transpiración media; y 8% de carretera.
- El suelo esta formado por arenas finas y limos orgánicos.
- La longitud del cauce principal es de 10 km, con una pendiente media de 1.3%.
- Se tiene una estación climatológica y una de aforo dentro de la cuenca. Con base en la información recabada en estas estaciones se puede considerar que el gasto base es nulo y cuando ocurren tormentas en la zona, la lluvia antecedente es mayor de 5 cm.
- Del análisis de intensidades máximas se determinó que la curva  $i-d-T_r$ , para un periodo de retorno de 10 años, está representada por la figura 6.26.

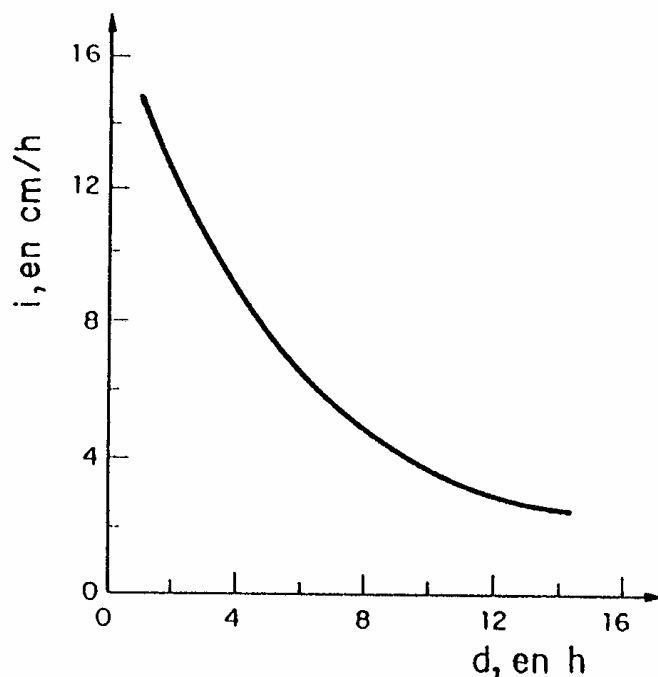


Figura 6.26. Curva  $i-d-Tr$  para un periodo de retorno de 10 años

**Solución:**

a). Con los datos del tipo y uso del suelo, mostrados en las tablas 5.2 y 5.3, se obtuvieron los valores de  $N$ :

$N_1 = 52$	$A_1 = 0.28 (21.5) = 6.02 \text{ km}^2$
$N_2 = 60$	$A_2 = 0.64 (21.5) = 13.76 \text{ km}^2$
$N_3 = 100$	$A_3 = 0.08 (21.5) = 1.72 \text{ km}^2$

b). Para diferentes tipos de superficie en la cuenca de estudio, el valor de  $N$  se determina como un promedio pesado a través de la expresión siguiente:

$$N = \frac{N_1 A_1 + N_2 A_2 + \dots + N_n A_n}{A_c} = \frac{52 (6.02) + 60 (13.76) + 100 (1.72)}{21.5} = 61$$

$N = 61$

c). El número de escurrimiento obtenido con este proceso se debe afectar por un factor que considere la lluvia antecedente. Es decir, si hubo lluvia cinco



días antes se hace una corrección de acuerdo con la cantidad de lluvia que se haya registrado. Esto se hace con el auxilio de la tabla 5.4, la cual indica el tipo de corrección A y B, según la magnitud de la lluvia antecedente.

La corrección por lluvia antecedente es de tipo B, según la tabla 5.4, e interpolando se obtiene un factor de 1.29. En consecuencia el valor de N es igual a:

$$N = 1.29 (61) = 78.6$$

d). Se selecciona una duración de la altura de lluvia y para empezar supongamos que la  $d = 6.67$  h.

e). Se calcula la lluvia total  $P$ , con el auxilio de la curva  $i-d-T_r$ , mostrada en la figura 6.26. Con esta gráfica se obtiene que para  $d = 6.67$  horas, la  $i = 6$  cm/h y por consiguiente:

$$P = 6 (6.67) = 40.02 \text{ cm}$$

f). Como la estación base está dentro de la cuenca:

$$P = P_b$$

$$P_e = P_{eb}$$

g). La lluvia efectiva en la estación base se determina con la expresión:

$$P_e = \frac{\left[ P_b - \frac{508}{N} + 5.08 \right]^2}{P_b + \frac{2032}{N} - 20.32} = \frac{\left[ 40.02 - \frac{508}{78.6} + 5.08 \right]^2}{40.02 + \frac{2032}{78.6} - 20.32} = 32.8 \text{ cm}$$

h). Se estiman los factores de escurrimiento y climático con las ecuaciones:

$$X = \frac{P_{eb}}{d} = \frac{32.8}{6.67} = 49.2$$

$$Y = 0.278 \frac{P_b}{P_{EB}} = 0.278$$

i). Se calcula el tiempo de retraso con la ecuación:

$$t_R = 0.0050 \left[ \frac{10000}{\sqrt{1.3}} \right]^{0.64} = 1.67 \text{ h}$$

$$t_R = 1.67 \text{ h}$$

j). Con el auxilio de la figura 6.13 se estima el factor de reducción Z, a partir del valor que define la relación  $d/t_R = 6.67/1.67 = 3.99$ . En este caso  $d/t_R > 2$  y por lo tanto  $Z = 1.0$

k). De acuerdo con la ecuación (6.36) el gasto pico o máximo es equivalente a:

$$Q_p = A \times Y \times Z = (21.5) (49.2) (0.278) (1.0) = 294.1 \text{ m}^3 / \text{s}$$

l). La tabla 6.9 señala los resultados obtenidos para otras duraciones de la tormenta.

Tabla 6.9. Resumen de los cálculos realizados para obtener el gasto de diseño

d, en h	i, en cm/h	P=P <sub>b</sub> , en cm	P <sub>e</sub> =P <sub>eb</sub> , en cm	d/t <sub>R</sub>	X	Y	Z	Q <sub>p</sub> , en m <sup>3</sup> /s
3.00	10.8	32.40	25.38	1.80	84.6	0.278	0.94	475.3
3.20	10.4	33.28	26.23	1.92	82.0	0.278	0.98	480.3*
3.50	9.8	34.30	27.22	2.10	77.8	0.278	1.00	465.0
4.00	8.8	35.20	28.09	2.39	70.2	0.278	1.00	419.6
6.67	6.0	40.02	32.79	3.99	49.2	0.278	1.00	294.1

\* Valor máximo

m). Como el gasto base se considera que es nulo, el gasto de diseño de la alcantarilla, para el periodo de retorno de 10 años es:

$$Q_D = 480.3 \text{ m}^3 / \text{s}$$

## Referencias

- Abramowitz, M. and I. Stegun (1972). *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, Inc; New York.
- Chow, V. T. (1962). *Hydrologic determination of waterway areas for the design of drainage structures in small drainage basins*. Bulletin 462, University of Illinois.
- Chow, V. T. (1964). *Handbook of Applied Hydrology*. McGraw-Hill; New York.
- Fuentes, O. y V. Franco (1999). *Estudio Hidrológico para Obras de Protección*. Capítulo 3 del Manual de Ingeniería de Ríos, Instituto de Ingeniería. UNAM; México.
- Kirpich, Z. P. (1940). *Time of concentration of small agricultural watersheds*. Civil Engineering, ASCE, Vol. 10.
- Kuichling, E. (1989). *The relation between the rainfall and the discharge of sewers in populous districts*. Transactions ASCE, Vol. 20.
- Linsley, R. et al (1975). *Hydrology for Engineers*. McGraw-Hill; New York.
- Mulvaney, T. J. (1851). *On the use of self-registering rain and flood gauges in making observations of the relations of rainfall and of flood discharges in a given catchment*. Institute Civil Engineering Ireland, Vol. 4; Dublin.
- Nash, J. E. (1959). *Systematic determination of unit hydrograph parameters*. Journal of Geophysical Research, Vol. 64, No. 1.
- Raudkivi, A. J. (1979). *Hydrology*. Pergamon Press, Oxford.
- Snyder, F. F. (1938). *Synthetic unit graphs*. Transactions American Geophysical Union, Vol. 19.
- Soil Conservation Service (1975). *Use of storm and watershed characteristics in synthetic hydrograph analysis and application*. U S Department of Agriculture.
- Wu, I. P. (1963). *Design hydrographs for small watersheds in Indiana*. Journal of the Hydraulics Division, Vol. 89, No. HY6, ASCE.

## **7. Tránsito de avenidas**

### **7.1. Introducción**

La transformación que sufre un hidrograma desde una sección transversal hasta otra ubicada después de un tramo de río o una presa se entiende como tránsito de la avenida y, en general, este cambio puede ser tanto en forma como en desplazamiento en el tiempo.

Ahora bien, para predecir las variaciones temporal y espacial de una onda de avenida a través de un tramo de río o en un vaso de almacenamiento, o bien para determinar el hidrograma de salida de una cuenca sobre las que presentó una determinada lluvia, se usan los procedimientos de tránsito de avenidas.

A lo largo del tiempo, se han desarrollado varios procedimientos para llevar a cabo el tránsito de avenidas y comúnmente se distinguen dos categorías:

- Tránsito hidrológico. El tránsito hidrológico utiliza la ecuación de continuidad y una relación entre el almacenamiento y el gasto de salida. Asimismo, este método se emplea para calcular la capacidad de la obra de excedencias (vertedor) de una presa o bien para conocer el cambio en la forma y avance de la onda de avenida en un tramo de río.

- Tránsito hidráulico. En el tránsito hidráulico se utilizan las ecuaciones diferenciales de continuidad y de conservación de la cantidad de movimiento para flujo no permanente o transitorio. La solución numérica de estas ecuaciones permite conocer la variación detallada de las características hidráulicas (velocidad y tirante) con respecto al tiempo. En conclusión, con este proceso se conoce la evolución del nivel de agua del cauce de un río o en la zona de planicie.

### **7.2. Elementos básicos de vasos de almacenamiento**

Un vaso de almacenamiento se conforma al colocar en forma perpendicular al paso de una corriente un obstáculo, llamado comúnmente cortina, provocando un remanso que limita el escurrimiento del agua.

En otras palabras, un vaso de almacenamiento sirve para regular los escurrimientos de un río, es decir, almacena los volúmenes de agua que

escurren en exceso en las temporadas de lluvia para posteriormente usarlo en las épocas de sequía, cuando los escurrimientos son escasos.

Un vaso de almacenamiento puede tener uno o varios de los usos siguientes:

Irrigación; generación de energía eléctrica; control de avenidas; abastecimiento de agua potable; navegación; acuicultura; recreación; retención de sedimentos; y otros más.

Para ilustrar los principales componentes de un vaso de almacenamiento se presenta la figura 7.1.

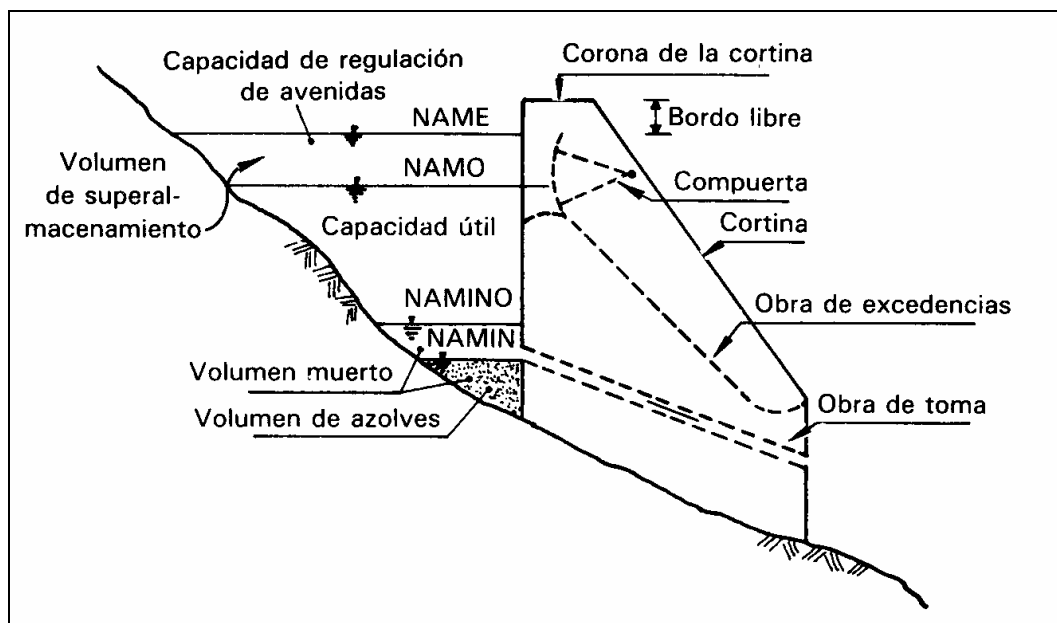


Figura 7.1. Principales componentes de un vaso de almacenamiento

A continuación se define cada uno de ellos:

- **NAMINO (Nivel de aguas mínimas de operación).** Es el nivel más bajo con el que puede operar la presa. Cuando ésta es para irrigación y otros usos, el NAMINO o también llamado NAMIN, coincide con el nivel al que se encuentra la entrada de la obra de toma. En el caso de presas para generación de energía eléctrica, el NAMINO se fija de acuerdo con la carga mínima necesaria para que las turbinas operen en condiciones satisfactorias.

- **Volumen muerto.** Es el que queda abajo del Nivel de aguas mínimas de operación (NAMINO) y es un volumen del que no se puede disponer.

- Volumen de azolves. Es el que queda abajo del nivel de la toma y se reserva para recibir el acarreo de sólidos por el río durante la vida útil de la presa. Es conveniente señalar que el depósito de sedimentos en una presa no se produce con un nivel horizontal como está mostrado en la figura 7.1, sino que los sedimentos se reparten a lo largo del embalse, teniéndose los más gruesos al principio del mismo y los más finos cerca de la cortina. De hecho, en algunos casos existe movimiento de los sedimentos depositados dentro del vaso, fenómeno que se conoce como corriente de densidad.

- NAMO (Nivel de aguas máximas ordinarias o de operación). Es el máximo nivel con que puede operar la presa para satisfacer las demandas, cuando el vertedor de excedencias (estructura que sirve para desalojar los volúmenes excedentes de agua que pueden poner en peligro la seguridad de la obra) no es controlado por compuertas, el NAMO coincide con la cresta o punto más alto del vertedor. En el caso de que la descarga por el vertedor esté controlada, el NAMO puede estar por arriba de la cresta e incluso puede cambiar a lo largo del año. Asimismo, en época de estiaje es posible fijar un NAMO mayor que en época de avenidas, pues la probabilidad de que se presente una avenida en la primera época es menor que en la segunda época. El volumen que se almacena entre el NAMO y el NAMINO se llama volumen o capacidad útil y es con el que se satisfacen las demandas de agua. Además, la operación de la presa se lleva a cabo entre el NAMINO y el NAMO.

- NAME (Nivel de aguas máximas extraordinarias). Es el nivel más alto que puede alcanzar el agua en el vaso de almacenamiento bajo cualquier condición. El volumen que queda entre este nivel y el NAMO, llamado superalmacenamiento, sirve para controlar las avenidas que se presentan cuando el nivel en el vaso está cercano al NAMO.

- Bordo libre. Es el espacio que queda entre el NAME y la máxima elevación de la cortina (corona) y está destinado a contener el oleaje y la marea producidos por el viento, así como a compensar las reducciones en la altura de la cortina provocadas por sus asentamientos.

Ahora bien, existen cuatro volúmenes principales en cualquier presa que se requieren determinar para diseñar el vaso de almacenamiento: el volumen de de azolves, el volumen muerto, el volumen útil y el volumen de superalmacenamiento. La estimación de los dos primeros está fuera del alcance de este texto: el volumen de azolves es objeto de la hidráulica fluvial y el volumen muerto, en el caso de plantas hidroeléctricas, depende entre otras cosas, del tipo de turbina que se utilice.

En síntesis, se analizarán los métodos para evaluar el volumen útil que debe tener una presa para satisfacer sus demandas, así como el volumen de superalmacenamiento requerido para que la presa no presente situaciones de peligro.

### 7.3. Tránsito de avenidas en vasos

El objetivo fundamental del tránsito de avenidas en vasos es determinar el hidrograma de salida de una presa dado un hidrograma de entrada. No obstante, existen adicionalmente otras aplicaciones relacionadas con los aspectos siguientes:

- a) Conocer la evolución de los niveles en el vaso y de los gastos de salida por la obra de excedencias, para saber si la política de operación de las compuertas del vertedor es adecuada y así, al presentarse una avenida, no se pongan en peligro la presa, bienes materiales o vidas humanas aguas abajo.
- b) Dimensionar la obra de excedencias, representada por el vertedor de demasías.
- c) Determinar el nivel del NAME.
- d) Estimar las magnitudes de los volúmenes útil y de superalmacenamiento.

Ahora bien, en la mayoría de los análisis y aplicaciones sobre el tránsito de avenidas se emplea el método hidrológico, procedimiento iterativo desarrollado a partir de la ecuación de continuidad (Chow, 1964) representada por:

$$I - O = \frac{dV}{dt} \quad (7.1)$$

donde **I** es el gasto de entrada, en m<sup>3</sup>/s; **O** es el gasto de salida, en m<sup>3</sup>/s; **V** es el volumen de almacenamiento, en m<sup>3</sup>; **t** es el tiempo, en segundos.

La ecuación (7.1) se puede expresar en diferencias finitas como:

$$\frac{I_i + I_{i+1}}{2} - \frac{O_i + O_{i+1}}{2} = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t} \quad (7.2)$$

donde  $\Delta t$  es el intervalo de tiempo, en segundos;  $i$ ,  $i+1$  son subíndices que representan los valores de las variables en el tiempo  $t = i \Delta t$  y  $t = (i + 1) \Delta t$ , respectivamente.

Analizando la ecuación anterior, se desprende que, como las variables  $O$  y  $V$  son conocidas en  $t = i \Delta t$ , e  $I$  en todo el tiempo, ya que es el hidrograma de entrada, es conveniente escribir la ecuación (7.2) de la forma siguiente:

$$I_i + I_{i+1} + \left( \frac{2 V_i}{\Delta t} - O_i \right) = \frac{2 V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1}$$

(7.3)

La solución numérica de la ecuación (7.3) permite realizar el tránsito de avenidas en vasos de almacenamiento, a partir de los gastos de entrada y salida y de los volúmenes que se almacenan a lo largo del tiempo. Sin embargo, es importante señalar algunos elementos adicionales que intervienen en este proceso, describiendo a continuación sus aspectos más relevantes.

En el proceso del tránsito de una avenida en vasos no se consideran variables tales como la evaporación y la infiltración, ya que sus magnitudes son varias veces inferiores al volumen de las entradas o salidas por escurrimiento, tomando en consideración que el tiempo que dura la avenida es del orden de 2 o 3 días.

En relación al intervalo de tiempo  $\Delta t$ , propuesto en la ecuación (7.3), para no afectar el grado de precisión en los cálculos se sigue utilizando un intervalo de tiempo pequeño definido por la expresión:

$$\Delta t \leq 0.01 t_p$$

(7.4)

donde  $t_p$  es el tiempo pico del hidrograma de entrada.

El tamaño del vaso de almacenamiento depende de la topografía: cuando es escarpada, la capacidad de almacenamiento es pequeña; por el contrario, si es extendida, la capacidad es grande.

Además, para relacionar la elevación del agua con el volumen almacenado se determina la curva elevaciones-capacidades (volúmenes). En la figura 7.2 se muestra la forma típica de esta curva.



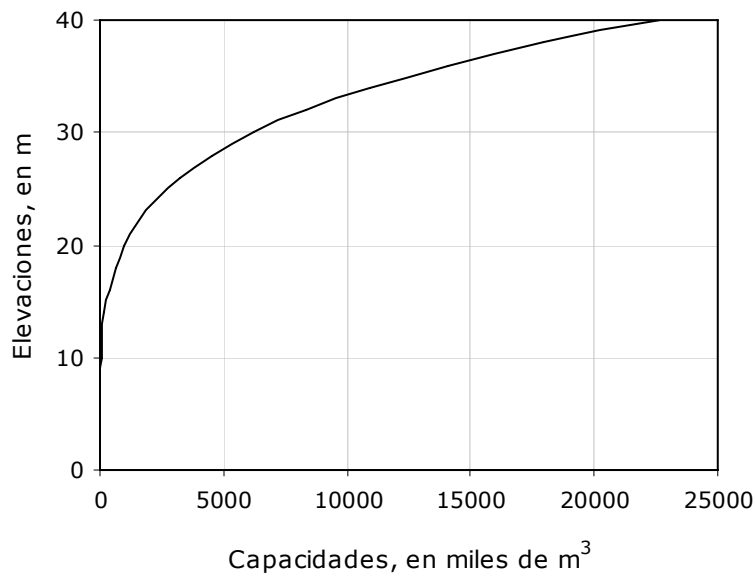


Figura 7.2. Curva elevaciones-capacidades

Por lo regular, en este tipo de tránsito se acostumbra utilizar únicamente el gasto de salida por la obra de excedencias, ya que el que se extrae por la obra de toma es pequeño comparado con el anterior, aunque en algunas aplicaciones si se toma en consideración.

Además, es útil establecer una función entre la elevación del agua y el gasto de salida, lo cual se logra por medio de la curva elevaciones-gastos de salida. Esta curva se calcula por medio de la ecuación de un vertedor rectangular, la cual es del tipo siguiente:

$$O = C L h^{3/2} \quad (7.5)$$

donde **O** es el gasto de salida, en  $m^3/s$ ; **C** es el coeficiente de descarga del vertedor, en  $m^{1/2}/s$ ; **L** es la longitud de la cresta del vertedor, en metros; **h** es la carga de agua sobre la cresta del vertedor, en metros.

El valor de **C** es variable, ya que es función de la relación entre la carga de agua y la de diseño. Sin embargo, para fines del tránsito, se considera que el valor de **C** es igual a 2. Además, tanto **C** como el exponente (3/2) que aparecen en la ecuación (7.5) pueden ser afinados a partir de los datos de gastos de salida y cargas de agua en el vertedor medidos en modelos físicos reducidos.

La curva elevaciones-gastos de salida puede ser dibujada a partir de la ecuación (7.5), tomando en cuenta que la elevación del agua es igual a la suma de la elevación de la cresta del vertedor más la carga de agua. La figura 7.3 muestra una curva de este tipo.

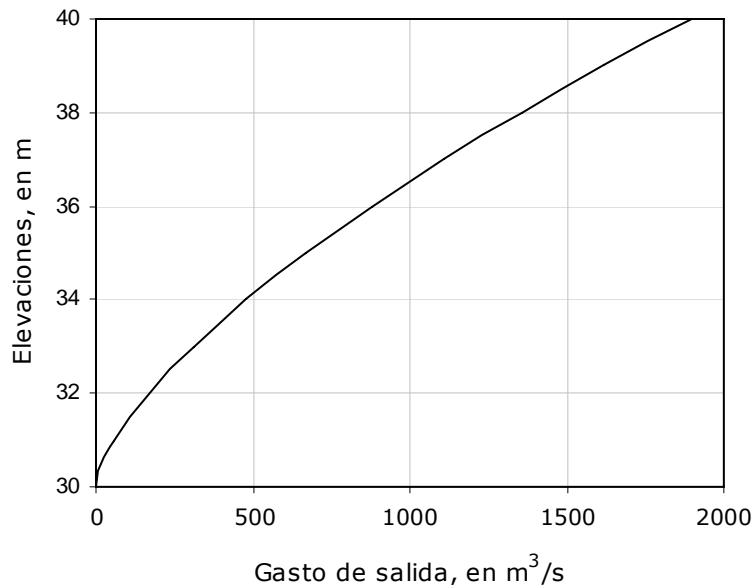


Figura 7.3. Curva elevaciones-gastos de salida

Cuando el vertedor es de cresta controlada, la relación elevación-gasto de salida estará dada por las reglas de operación fijadas por las compuertas.

En consecuencia, con el auxilio de las dos curvas descritas se puede conocer, para cada volumen almacenado en la presa, la elevación del agua (figura 7.2) y con ésta el gasto de salida (figura 7.3), y de ahí la relación volumen de almacenamiento-gasto de salida.

El hidrograma de entradas es el que llega al almacenamiento y es el que se desea transitar por el mismo y en los problemas de diseño a este hidrograma se le denomina avenida de diseño.

Asimismo, para realizar el tránsito de la avenida se requiere especificar en que situación se encuentra el vaso en el momento en que se presenta la avenida. Para ello se debe conocer la elevación del agua y su correspondiente volumen de agua almacenado en la presa, el gasto de entrada y el gasto de salida.

Por su parte, para resolver la ecuación (7.3), tomando en cuenta las curvas elevaciones-capacidades y elevaciones-gastos de salida, se pueden utilizar tres métodos: semigráfico, numérico y algoritmo de incrementos finitos.

Por precisión, rapidez y flexibilidad en los cálculos, conviene utilizar los métodos numérico y el algoritmo de incrementos finitos con auxilio de una computadora. El método semigráfico se incluye para usarse, en aquellos casos cuando no se disponga de ayuda electrónica alguna.

### **7.3.1. Método semigráfico**

El método semigráfico desarrollado por Hjelmfelt y Cassidy (1976) se ha estructurado a través de dos etapas sucesivas.

#### a) Primera etapa

En esta etapa se procede a calcular y dibujar una figura auxiliar indispensable para usar el método. La curva a obtener es  $(2V/\Delta t + O)$  contra  $O$  y para construirla se emplean las curvas elevaciones-capacidades y elevaciones-gastos de salida de la forma siguiente:

- 1) Se selecciona el valor del incremento de tiempo  $\Delta t$ .
- 2) Se escoge una elevación y se obtiene el volumen  $V$  y el gasto de salida  $O$ . Con los valores de  $V$  y  $O$  se calcula  $2V/\Delta t + O$ .
- 3) En una gráfica se representa a  $2V/\Delta t + O$  contra  $O$ .
- 4) El procedimiento se repite para otras elevaciones. La figura 7.4 indica el resultado que se obtiene al graficar el número de parejas que se han seleccionado.

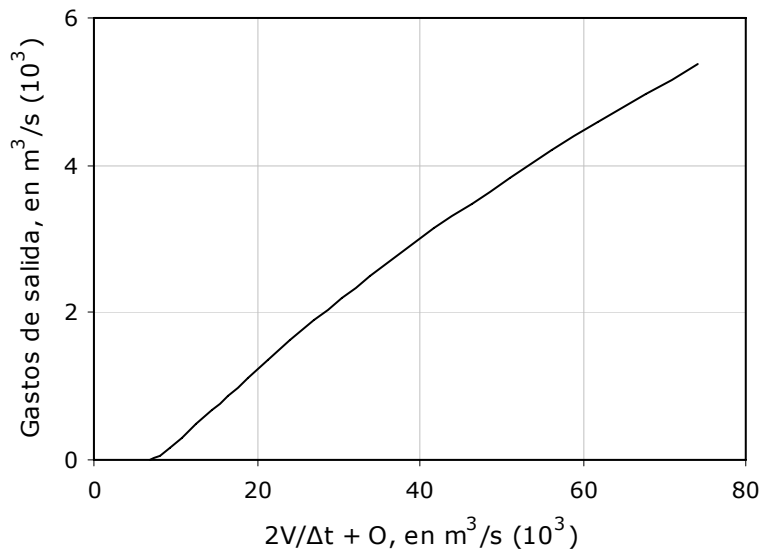


Figura 7.4. Curva  $2V/\Delta t + O$  contra  $O$

b) Segunda etapa

En esta etapa se aplica la secuencia que se menciona a continuación:

- 1) Para las condiciones iniciales, se calcula el miembro izquierdo de la ecuación (7.3). Su resultado es igual a:

$$\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1} = K$$

donde **K** es una constante.

- 2) Con el valor obtenido para las condiciones iniciales, se entra a la curva  $2V/\Delta t + O$  contra  $O$  (figura 7.4) y se encuentra el valor de  $O_{i+1}$ . El valor de  $V_{i+1}$  se calcula con:

$$V_{i+1} = (K - O_{i+1}) \frac{\Delta t}{2}$$

- 3) Se considera a  $i+1$  como  $i$ , es decir  $I_{i+1}$ ,  $O_{i+1}$  y  $V_{i+1}$  pasan a ser  $I_i$ ,  $O_i$  y  $V_i$  en el instante siguiente. Se repite el procedimiento hasta terminar todos los valores de interés del hidrograma de entrada.
- 4) El método puede sistematizarse tal como aparece en la tabla 7.1. El significado de cada una de las siete columnas se describe a continuación.

Tabla 7.1. Secuencia de cálculo para el método semigráfico

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Tiempo	i	$I_i$	$I_i + I_{i+1}$	$2V_i/\Delta t - O_i$	$2V_{i+1}/\Delta t + O_{i+1}$	$O_{i+1}$
$t_1$	1	$I_1$	$I_1 + I_2 = A$	$2V_1/\Delta t - O_1 = B$	$A + B = K$	$O_2$
$t_2$	2	$I_2$	$I_2 + I_3 = C$	$K - 2O_2 = D$	$C + D = L$	$O_3$
$t_3$	3	$I_3$	$I_3 + I_4 = E$	$L - 2O_3 = F$	$E + F = M$	$O_4$
...	...	...	...	...	...	...
$t_n$	n	$I_n$	$I_n + I_{n+1}$	...	...	...

#### Columna 1

$t_1$  es igual al tiempo de inicio del tránsito,  $t_2$  es igual a  $t_1 + (i-1)\Delta t$ , para  $i = 2, 3, 4, \dots, n$

#### Columna 2

Se anotan los valores de  $i$  desde 1 hasta el número de incrementos de tiempo que interese.

#### Columna 3

Se escriben las ordenadas del hidrograma de entrada, correspondientes a los tiempos  $t_i$ , para  $i=1, 2, 3, \dots, n$ .

#### Columna 4

Se calcula la suma de  $I_i + I_{i+1}$  y se apunta su valor en el renglón  $i$ . Las columnas anteriores se llenan antes de comenzar con el método de tránsito. Como las condiciones iniciales son conocidas, por tanto  $V_1$  y  $O_1$  son datos y en el primer renglón de la columna 5 se escribe  $2V_1/\Delta t - O_1$ . Las columnas 5 a 7 se llenan por renglones. Se consideran conocidas las variables con subíndice  $i$  y desconocidas aquellas con subíndice  $i+1$ .

Columna 5

Se anota el valor de  $2V_1/\Delta t - O_1$  del renglón 1. El valor del renglón j (para  $j > 1$ ) se calcula al restar al valor de  $2V_{i+1}/\Delta t + O_{i+1}$  el de  $2O_{i+1}$  que aparece en el renglón j-1.

Columna 6

Se suman los valores del renglón i de las columnas 4 y 5 y el resultado se escribe en la columna 6 del mismo renglón. Con ello se conoce la magnitud de  $2V_{i+1}/\Delta t + O_{i+1} = K$ .

Columna 7

Con el valor de K se entra a la figura de  $2V/\Delta t + O$  contra O. Se encuentra el valor de  $O_{i+1}$  del renglón i y se vuelve a empezar nuevamente el procedimiento.

### 7.3.2. Método numérico

El objetivo del método numérico es resolver la ecuación (7.3) representada por:

$$I_i + I_{i+1} + \left( \frac{2V_i}{\Delta t} - O_i \right) = \frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1}$$

con el auxilio de un procedimiento del tipo predictor-corrector de la forma siguiente:

- 1) Se conocen los valores  $I_i$ ,  $I_{i+1}$ ,  $V_i$ ,  $O_i$  y  $\Delta t$ . Por consecuencia se puede calcular el miembro izquierdo de la ecuación (7.3).
- 2) Se supone que  $O_{i+1} = O_i$
- 3) Con el valor de  $O_{i+1}$  y la ecuación (7.3) se obtiene  $V_{i+1}$
- 4) A partir de la curva elevaciones-gastos de salida, con el valor de  $V_{i+1}$  se encuentra la elevación  $E_{i+1}$
- 5) Con  $E_{i+1}$  se entra a la curva elevaciones-gastos de salida y se calcula  $O_{i+1}$
- 6) Se compara el valor de  $O_{i+1}$ , estimado en el paso 5, con el supuesto en el paso 2:

- a) si son aproximadamente iguales se ha encontrado el valor correcto de  $O_{i+1}$  y se va al paso 7;
- b) si no son iguales, con el valor de  $O_{i+1}$  calculado en el paso 5, se repite el proceso desde el paso 3.

7). Si interesan las condiciones para el siguiente tiempo se considera que:

$$I_{i+1} = I_i; \quad O_{i+1} = O_i; \quad V_{i+1} = V_i, \text{ y se va al paso 1.}$$

8) El proceso termina cuando se ha realizado el cálculo para todos los intervalos de tiempo.

### 7.3.3. Método del algoritmo de incrementos finitos

El objetivo que persigue el algoritmo numérico es la solución de la ecuación (7.3) realizar el tránsito de una avenida en un vaso de almacenamiento, a partir de un incremento finito entre dos intervalos de tiempo consecutivos.

A continuación, se describe el proceso de desarrollo del método del algoritmo de incrementos finitos, incluyendo las hipótesis y simplificaciones contempladas para facilitar su aplicación en una computadora personal (Breña, 2004).

Para su implementación es necesario tener disponibles los datos siguientes:

- a) El hidrograma de entradas (I).
- b) La curva elevaciones-gastos de descarga del vertedor, en función de la elevación de la cresta del vertedor (H) y la carga de agua (h), representada por la expresión:

$$Q = C L (h - H)^{3/2} \quad (7.6)$$

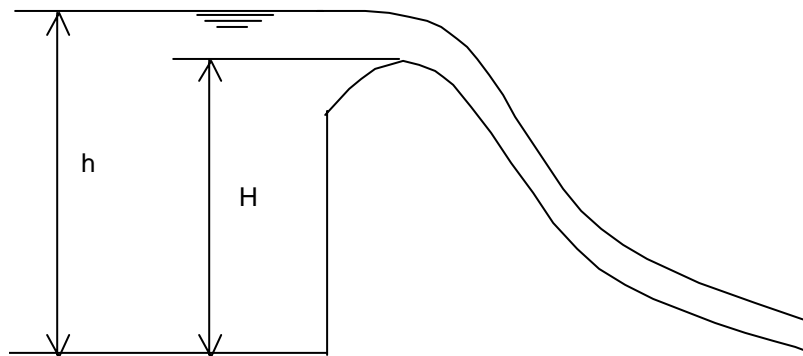
- c) La curva elevaciones-capacidades de almacenamiento definida por una ecuación del tipo siguiente:

$$V = K h^N \quad (7.7)$$

donde  $V$  es el volumen de almacenamiento;  $h$  es la elevación o nivel del agua;  $K$  y  $N$  son parámetros que se determinan al ajustar la ecuación (7.7) a los datos disponibles.

d) El primer gasto de descarga ( $Q_0$ ) o nivel inicial de almacenamiento ( $h_0$ ).

La figura 7.5 indica las características de la elevación de la cresta del vertedor ( $H$ ) y el nivel del agua ( $h$ ) en el vaso de almacenamiento de una presa.



*Figura 7.5. Elevación de la cresta del vertedor ( $H$ ) y nivel del agua ( $h$ )*

#### **- Desarrollo del algoritmo numérico**

Sea la figura 7.6 donde se indica el hidrograma de entrada y salida respectivamente:



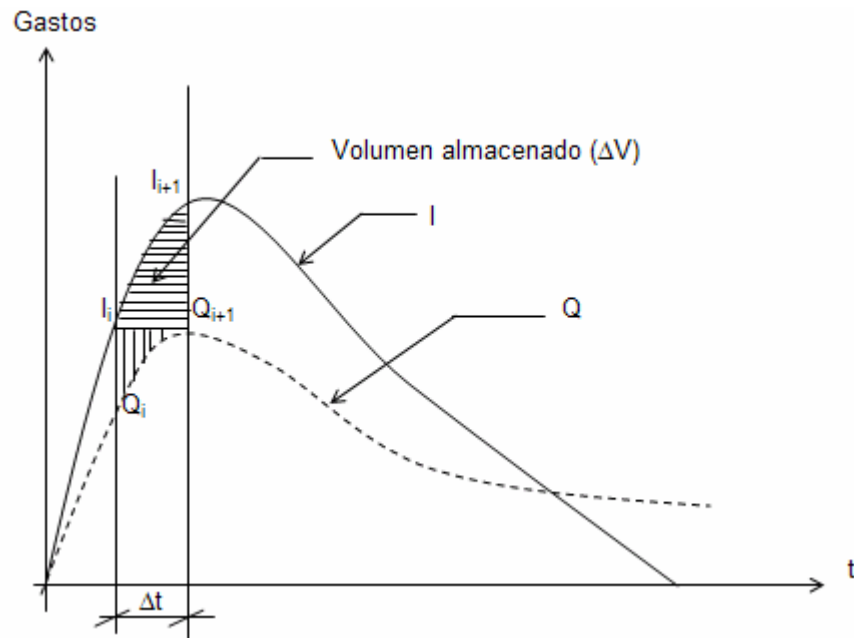


Figura 7.6. Hidrograma de entrada y salida

El volumen almacenado ( $\Delta V$ ) en el intervalo ( $\Delta t$ ) es:

$$\Delta V = \frac{\Delta t}{2} (I_i - Q_i) + \frac{\Delta t}{2} (I_{i+1} - Q_{i+1}) \quad (7.8)$$

Agrupando términos se obtiene:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{Q_{i+1} + Q_i}{2} \quad (7.9)$$

Las variaciones del volumen almacenado y del nivel de agua para un intervalo de tiempo son equivalentes a:

$$dV \cong \Delta V \quad (7.10)$$

$$dh \cong h_{i+1} - h_i \quad (7.11)$$

La variación de la curva elevaciones-capacidades (volúmenes almacenados) es:

$$V = K h_i^N$$

$$dV = KN h_i^{N-1} dh$$

(7.12)

Sustituyendo las ecuaciones (7.10) y (7.11) en (7.12):

$$\Delta V = KN h_i^{N-1} (h_{i+1} - h_i)$$

(7.13)

La variación de los gastos de descarga  $Q_i$  es:

$$dQ \cong \Delta Q; \quad \Delta Q = Q_{i+1} - Q_i; \quad \Delta Q = Q_{i+1} - Q_i - Q_i + Q_i$$

$$\Delta Q + 2Q_i = Q_{i+1} + Q_i; \quad \frac{Q_{i+1} + Q_i}{2} = \frac{\Delta Q}{2} + Q_i$$

$$\frac{\Delta Q}{2} = \frac{Q_{i+1} + Q_i}{2} - Q_i$$

(7.14)

La variación de la curva elevaciones-gastos de descarga es:

$$Q = C (h_i - H)^{3/2}; \quad dQ = \frac{3}{2} C (h_i - H)^{1/2} dh$$

$$\frac{dQ}{2} = \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2} dh; \quad \text{si} \quad \frac{dQ}{2} = \frac{\Delta Q}{2}$$

$$\frac{\Delta Q}{2} = \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2} dh$$

(7.15)

Sustituyendo las ecuaciones (7.11) y (7.14) en (7.15) se obtiene:

$$\frac{Q_{i+1} + Q_i}{2} - Q_i = \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2} (h_{i+1} - h_i)$$

$$\frac{Q_{i+1} + Q_i}{2} = \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2} (h_{i+1} - h_i) + Q_i$$

(7.16)

Se procede a sustituir las ecuaciones (7.16) y (7.13) en (7.9):

$$\frac{KNh_i^{N-1}}{\Delta t} (h_{i+1} - h_i) = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2} (h_{i+1} - h_i) - Q_i$$

(7.17)

A continuación se procede a despejar  $h_{i+1}$  y realizando algunas simplificaciones algebraicas se obtiene:

$$h_{i+1} = \frac{\frac{KN}{\Delta t} h_i^N + \frac{I_{i+1} + I_i}{2} + \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2} h_i - Q_i}{\frac{KN}{\Delta t} h_i^{N-1} + \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2}}$$

(7.18)

Finalmente, la ecuación (7.18) puede modificarse a:

$$h_{i+1} = \frac{a h_i + \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - Q_i}{a}$$

(7.19)

donde  $h_{i+1}$  es el nivel o elevación del agua en el vaso de almacenamiento para el instante  $i+1$ ;  $h_i$  es el nivel o elevación del agua en el vaso de almacenamiento para el instante  $i$ ;  $I_{i+1}$  es el gasto del hidrograma de entrada para el instante  $i+1$ ;  $I_i$  es el gasto del hidrograma de entrada para el instante  $i$ ;  $Q_i$  es el gasto de descarga para el instante  $i$ ;  $a$  es una variable auxiliar.

Las expresiones que permiten definir los valores de la variable auxiliar ( $a$ ) y de los gastos de descarga ( $Q_i$ ) son:

$$a = \frac{KN}{\Delta t} h_i^{N-1} + \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2}$$

(7.20)

$$Q_i = C L (h_i - H)^{3/2} ; \quad \text{si } h_i \geq H$$

(7.21)

$$Q_i = 0 ; \quad \text{si } h_i < H$$

(7.22)

### - Curva elevaciones-capacidades

La curva elevaciones-capacidades de almacenamiento, representada por la ecuación (7.7), es una expresión de tipo potencial y para determinar las magnitudes de los parámetros K y N, es necesario aplicar la metodología que se menciona a continuación.

La ecuación potencial que define la curva elevaciones-capacidades, está definida por:

$$V = K h^N$$

(7.23)

Tomando logaritmos a la ecuación (7.23) se obtiene:

$$\text{Ln}V = \text{Ln}K + N \text{Ln}h$$

(7.24)

Si se introduce el cambio de variables siguiente:

$$X = \text{Ln}V ; \quad a = \text{Ln}K ; \quad b = N ; \quad Y = \text{Ln}h$$

se obtiene la ecuación lineal:

$$X = a + b Y$$

(7.25)

donde **X** y **Y** son las variables dependiente e independiente respectivamente; **a** y **b** son los parámetros a estimar con el apoyo de los datos disponibles.

Por otra parte, para estimar los valores óptimos de **a** y **b**, se establece que la suma de los cuadrados de los errores, diferencia entre los valores observados y estimados, sea mínima. Al realizar este proceso se obtiene un sistema de ecuaciones normales representado por:

$$\Sigma X = a N + b \Sigma Y$$

(7.26)

$$\Sigma XY = a \Sigma Y + b \Sigma Y^2$$

La solución del sistema de ecuaciones (7.26) proporciona la magnitud de los parámetros a y b establecidos por:

$$a = \frac{(\Sigma X)(\Sigma Y^2) - \Sigma(Y)(\Sigma XY)}{N\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2}$$

(7.27)

$$b = \frac{N\Sigma XY - \Sigma(Y)(\Sigma X)}{N\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2}$$

El sistema de ecuaciones (7.27) proporciona los valores de los parámetros a y b y de acuerdo con el cambio de variables introducido a la ecuación potencial, los valores de los parámetros K y N son iguales a:

$$N = b$$

(7.28)

$$K = e^a$$

(7.29)

#### 7.4. Tránsito de avenidas en cauces

El procedimiento hidrológico más usado para transitar avenidas en tramos de cauces es el desarrollado por McCarthy (1938) conocido como método de Muskingum.

El método usa una relación algebraica lineal entre el almacenamiento, las entradas y las salidas junto con dos parámetros K y X.

La hipótesis básica establece que el almacenamiento total en el tramo de río es directamente proporcional al promedio pesado de los gastos de entrada y salida del tramo, es decir:

$$V = K [XI + (1 - X) O] \quad (7.30)$$

donde  $V$  es el volumen de almacenamiento, en  $m^3/s$ ;  $I$  es el gasto de entrada, en  $m^3/s$ ;  $O$  es el gasto de salida, en  $m^3/s$ ;  $K$  es la constante de proporcionalidad, llamada de tiempo de almacenamiento, expresada en unidades de tiempo;  $X$  es el factor de peso.

En la figura 7.7 se indica una representación gráfica la cual justifica el desarrollo de la ecuación (7.30).

La ecuación (7.30) se puede expresar en diferencias finitas como:

$$\Delta V = V_{i+1} - V_i = K [X (I_{i+1} - I_i) + (1 - X) (O_{i+1} - O_i)] \quad (7.31)$$

donde  $t_i = i \Delta t = t_1$ ; y  $t_{i+1} = (i + 1) \Delta t = t_2$

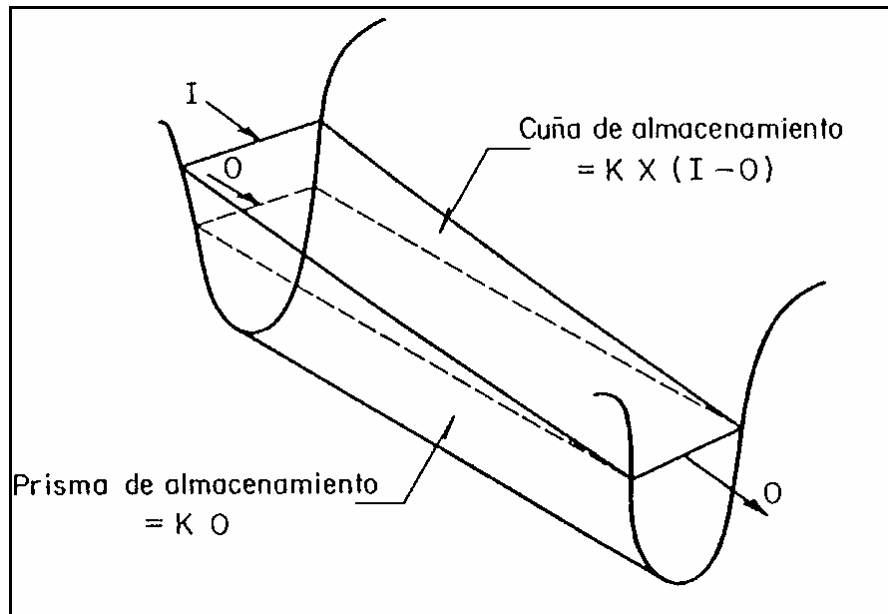


Figura 7.7. Relación entre el volumen de almacenamiento y los gastos de entrada y salida

Ahora bien, utilizando el mismo procedimiento para la ecuación de continuidad representada por (7.2) se obtiene la expresión:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{1}{2} (I_1 + I_2) \Delta t - \frac{1}{2} (O_1 + O_2) \Delta t$$

(7.32)

Si se sustituye en la ecuación (7.32) el valor de  $\Delta V$  dado por la ecuación (7.31) y realizando varias operaciones de tipo algebraico se obtiene la expresión siguiente:

$$O_i = C_0 I_i + C_1 I_{i-1} + C_2 O_{i-2}$$

(7.33)

donde:

$$C_0 = \frac{-KX + 0.5 \Delta t}{K - KX + 0.5 \Delta t}$$

(7.34)

$$C_1 = \frac{KX + 0.5 \Delta t}{K - KX + 0.5 \Delta t}$$

(7.35)

$$C_2 = \frac{K - KX - 0.5 \Delta t}{K - KX + 0.5 \Delta t}$$

(7.36)

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1.0$$

(7.37)

#### 7.4.1. Obtención de los parámetros K y X

Existen diferentes métodos que permiten conocer el valor de K y X y a continuación se describen algunos de ellos.

##### a) Método con información escasa

En aquellos casos donde no se tienen datos suficientes, se le puede asignar al parámetro X valores entre 0 y 0.3 y K se hace igual al tiempo entre los gastos pico de los hidrogramas de entrada y de salida del tramo de río o bien se estima, según Linsley y coautores (1975), con el auxilio de la expresión:

$$K \cong 0.014 \frac{L^{1/6}}{H^{1/6}}$$

(7.38)

donde **H** es el desnivel entre las dos secciones de los extremos del tramo del río, en km; **L** es la longitud del tramo del río, en km.

### **b) Método de calibración tradicional**

Este criterio se aplica cuando se dispone de una avenida que haya sido aforada en los extremos del tramo de interés del río (Fuentes y Franco, 1999).

El procedimiento de calibración es el siguiente:

- 1) Se divide el hidrograma de entrada y salida en intervalos de tiempo  $\Delta t$ , a partir de un tiempo inicial común.
- 2) Se calcula el almacenamiento promedio para cada intervalo con la ecuación:

$$\Delta V = \Delta t \left[ \frac{I_i + I_{i+1}}{2} - \frac{O_i + O_{i+1}}{2} \right]$$

(7.39)

- 3) Se calcula  $V_T$  definido como el almacenamiento acumulado.
- 4) Se supone un valor de  $X$
- 5) Se calcula  $Y$  con la expresión:
 
$$Y = X I + (1 - X) O$$
 (7.40)
- 6) Se dibujan los valores de  $V_T$  (paso 3) y los de  $Y$  (paso 5), para la  $X$  supuesta (ver figura 7.8).
- 7) Se observa si los puntos se ajustan a una recta, en caso afirmativo se continúa con el paso 8, si no es así, se supone otra  $X$  y se regresa al paso 4.



8) Una vez seleccionado el valor adecuado de  $X$ , el parámetro  $K$  resulta ser igual a la pendiente de la recta de ajuste (ver figura 7.8).

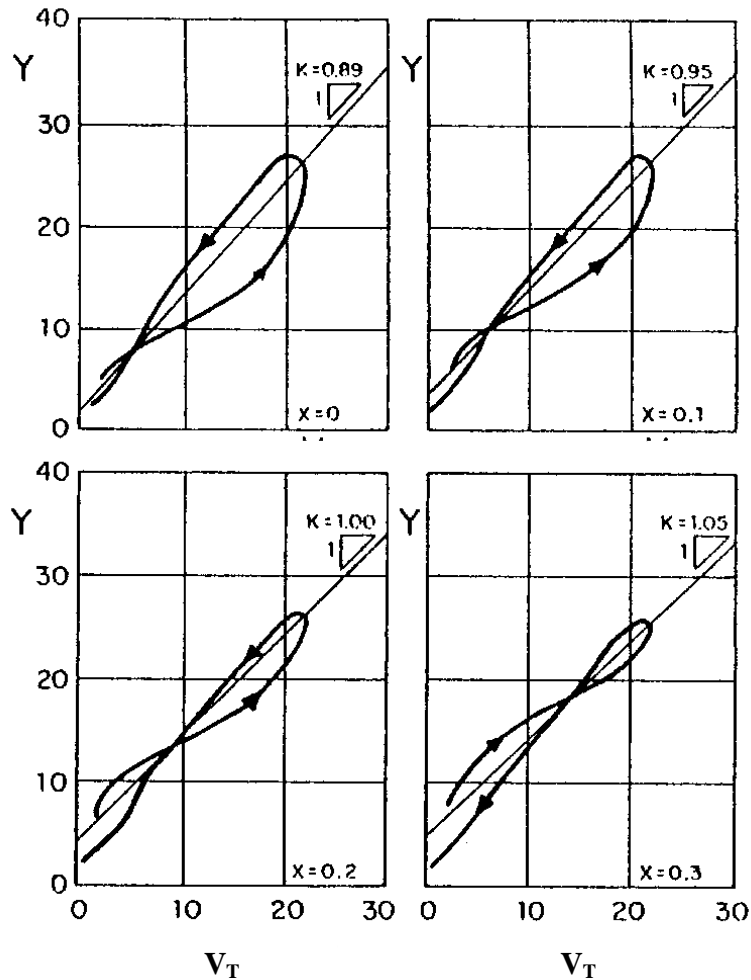


Figura 7.8. Calibración del parámetro  $X$ , con el método tradicional

### c) Método de calibración de Overton

Se usa cuando se conoce el gasto pico y el tiempo en que se presenta éste para los hidrogramas de entrada y salida en el tramo del río.

Para encontrar los parámetros  $K$  y  $X$ , Overton deduce dos expresiones suponiendo que el hidrograma de entrada tiene la forma de un triángulo isósceles y que  $K$  es menor al tiempo pico de este hidrograma (Viessman, 1977).

Las expresiones que permiten estimar el valor de los parámetros K y X son:

$$K = 1.41 \left( T_p - t_p \right) \quad (7.41)$$

$$X = 0.71 \frac{t_p}{K} \left[ \frac{I_p - O_p}{I_p} \right] \quad (7.42)$$

donde  $t_p$  es el tiempo pico del hidrograma de entrada al tramo del río;  $T_p$  es el tiempo pico del hidrograma de salida del tramo del río;  $I_p$  es el gasto pico del hidrograma de entrada al tramo del río;  $O_p$  es el gasto pico del hidrograma de salida del tramo del río.

#### 7.4.2. Aplicación del método de Muskingum

Para transitar un hidrograma, conocidos los valores de los parámetros K y X se aplica el procedimiento que a continuación se describe:

- 1) Se calculan las constantes  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$  con las ecuaciones (7.34), (7.35) y (7.36).
- 2) Se conoce  $I_1$  y  $O_1$
- 3) Se considera el gasto de entrada  $I_2$  en el tiempo siguiente.
- 4) El gasto de salida se obtiene con la ecuación:

$$O_i = C_0 I_i + C_1 I_{i-1} + C_2 O_{i-2} \quad (7.43)$$

- 5) Los valores de  $I_2$  y de  $O_2$  se toman como  $I_1$  y  $O_1$  y se repite el procedimiento desde el paso 3.

De acuerdo con Chow (1964), el intervalo de tiempo  $\Delta t$  que se debe usar para realizar el tránsito debe estar comprendido entre  $2KX$  y  $K$ , ya que si no se respetan estos límites se pueden tener errores de aproximación importantes en los resultados.

**Ejemplo 7.1.** Tránsito de una avenida en un vaso de almacenamiento, a partir del método del algoritmo de incrementos finitos.

Aplicando el método del algoritmo de incrementos finitos, realizar el tránsito de una avenida en el vaso de almacenamiento de una presa, tomando en cuenta que un poblado localizado aguas abajo se inunda cuando el gasto máximo de descarga sobre el vertedor de demasías es del orden de 250 m<sup>3</sup>/s.

Los datos disponibles en el sitio de estudio son los siguientes:

- El hidrograma de entradas (I) o avenida de diseño se indica en la figura 7.9.
- La curva elevaciones-gastos de descarga del vertedor es:

$$Q = CL (h_i - H)^{3/2} = 60 (h_i - 30)^{3/2} \quad (7.44)$$

donde **Q** es el gasto de salida por el vertedor, en m<sup>3</sup>/s; **h** es el nivel del agua, en metros; **H** es la elevación de la cresta del vertedor, en metros; **C** es el coeficiente del vertedor, en m<sup>1/2</sup>/s; **L** es la longitud de la cresta del vertedor, en metros.

En esta aplicación se tiene que C = 2, L = 30 m y H = 30 m.

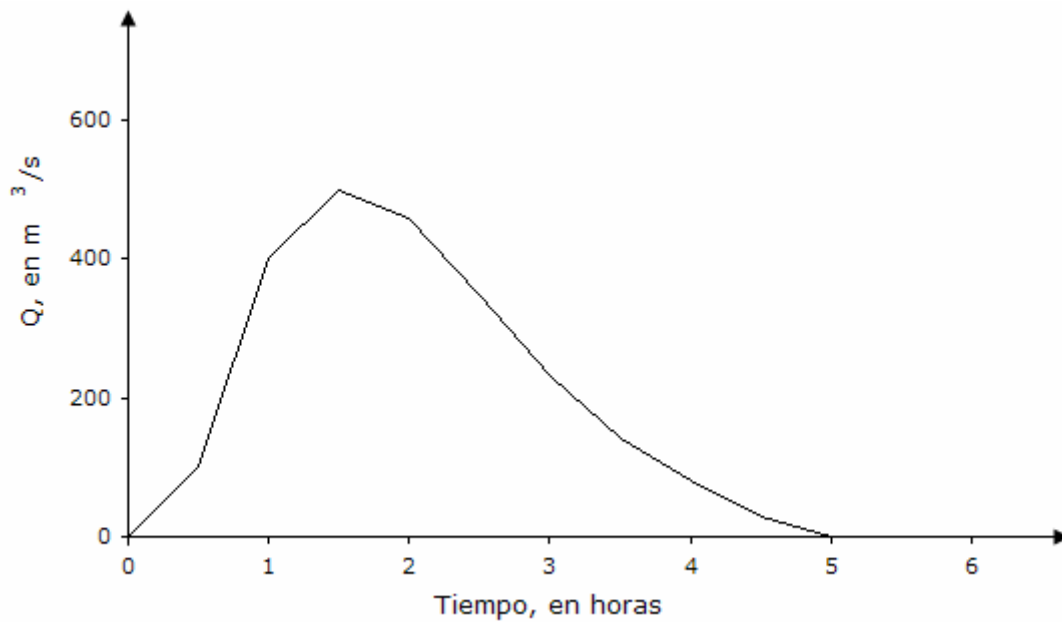


Figura 7.9. Hidrograma de entrada o avenida de diseño

- La curva elevaciones-capacidades de almacenamiento está definida por:

$$V = 1.4 h^{4.5} \quad (7.45)$$

donde **V** es el volumen de almacenamiento, en m<sup>3</sup>; **h** es el nivel del agua, en metros.

- El primer nivel inicial del agua en el vaso de almacenamiento es de  $h_0 = 30$  metros, el cual equivale a la elevación del nivel de la cresta del vertedor.
- Se estiman las variables que intervienen en el algoritmo:

$$\Delta t = 0.5 \text{ h}; \quad N - 1 = 4.5 - 1 = 3.5$$

$$\frac{NK}{\Delta t} = \frac{4.5 (1.4)}{1800} = 0.0035$$

**Solución:**

- a) Aplicando las ecuaciones (7.19), (7.20), (7.21) y (7.22) se procede a conocer la evolución de las elevaciones de los niveles del agua y de los gastos de descarga en el vaso de almacenamiento.
- b) La tabla 7.2 sintetiza el proceso de cálculo y los resultados obtenidos, al realizar el tránsito de la avenida en el vaso de almacenamiento.
- c) Analizando los resultados de la tabla 7.2, se deduce que el poblado localizado aguas debajo de la presa no se inunda, ya que el gasto máximo de descarga es de  $231.50 \text{ m}^3/\text{s}$ , mientras que el poblado puede soportar un gasto de  $250 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- d) Asimismo, se concluye que el NAME (Nivel de Aguas Máximas Extraordinarias), el cual es el nivel más alto que alcanza el agua en el vaso de almacenamiento por el tránsito de la avenida de diseño, es de 32.46 metros.
- e) La figura 7.10 indica los hidrograma de entrada y salida al vaso de almacenamiento obtenido al realizar el tránsito con el algoritmo de incrementos finitos.

Tabla 7.2. Evolución de los gastos de descarga y elevaciones de los niveles del agua en el vaso de almacenamiento

i	$I_i, m^3/s$	$I_{i+1}, m^3/s$	$h_i, metros$	$Q_i, m^3/s$	a	$h_{i+1}, metros$
0	0	100	30.00	0.00	517.60	30.10
1	100	400	30.10	1.90	524.14	30.57
2	400	500	30.57	25.82	553.98	31.34
3	500	460	31.34	93.07	604.87	31.98
4	460	350	31.98	167.17	649.47	32.35
5	350	230	32.35	216.15	676.25	<b>32.46</b>
6	230	140	32.46	<b>231.50</b>	684.36	32.39
7	140	80	32.39	221.69	679.19	32.23
8	80	30	32.23	199.81	667.48	32.01
9	30	0	32.01	170.98	651.61	31.77
10	0	0	31.77	141.29	634.59	31.55
11	0	0	31.55	115.78	619.27	31.36
12	0	0	31.36	95.16	606.23	31.20
13	0	0	31.20	78.87	595.40	31.07
14	0	0	31.07	66.41	586.70	30.96
15	0	0	30.96	56.44	579.39	30.86
16	0	0	30.86	47.85	572.81	30.78
17	0	0	30.78	41.33	567.57	30.71
18	0	0	30.71	35.90	563.02	30.65
19	0	0	30.65	31.44	559.13	30.59
20	0	0	30.59	27.19	555.26	30.54
21	0	0	30.54	23.81	552.05	30.50
22	0	0	30.50	21.21	549.49	30.46
23	0	0	30.46	18.72	546.93	30.43
24	0	0	30.43	16.92	545.02	30.40
25	0	0	30.40	15.18	543.11	30.37
26	0	0	30.37	13.50	541.20	30.35
27	0	0	30.35	12.42	539.93	30.33
28	0	0	30.33	11.37	538.66	30.31
29	0	0	30.31	10.36	537.40	30.29
30	0	0	30.29	9.37	536.13	30.27

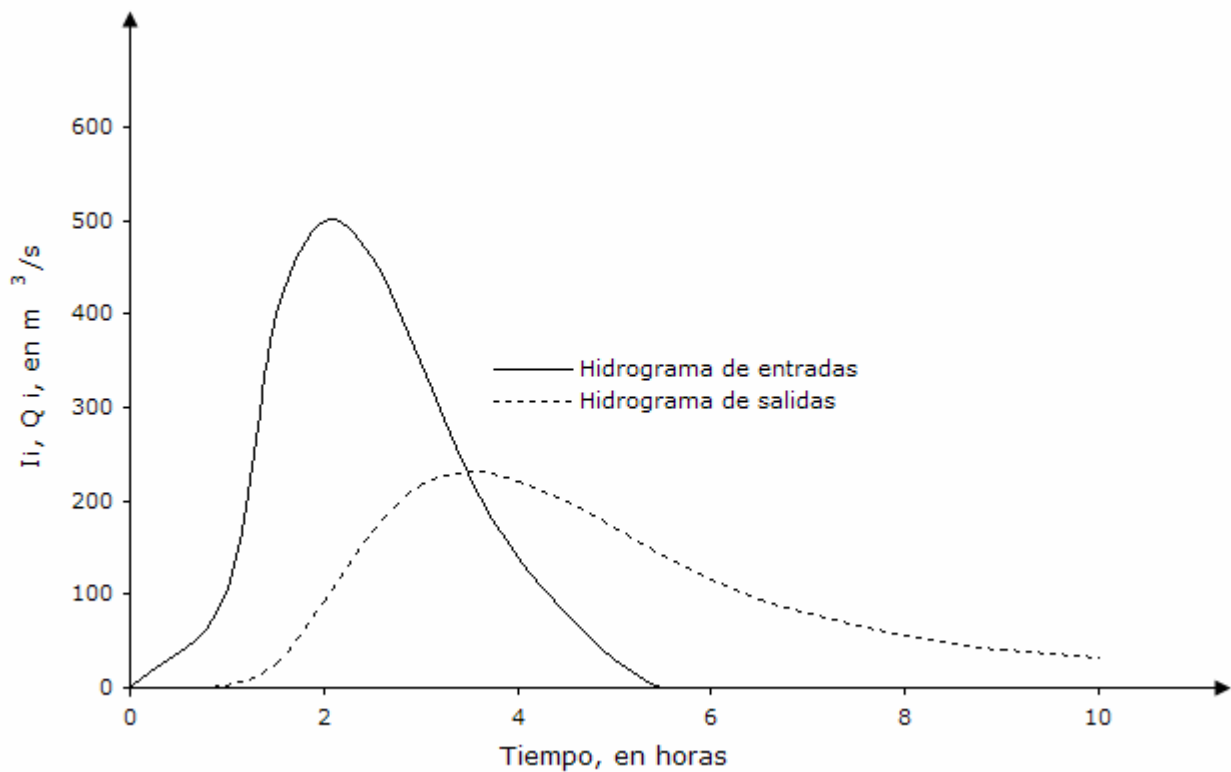


Figura 7.10. Hidrogramas de entrada y de salida obtenidos al realizar el tránsito de la avenida con el método del algoritmo de incrementos finitos

**Problema 7.2.** Tránsito de una avenida en un tramo de río, a partir del método de Muskingum.

El poblado de la figura 7.11 se inunda cuando el gasto en el sitio B, llega en algún momento a ser del orden de  $65 \text{ m}^3/\text{s}$ .

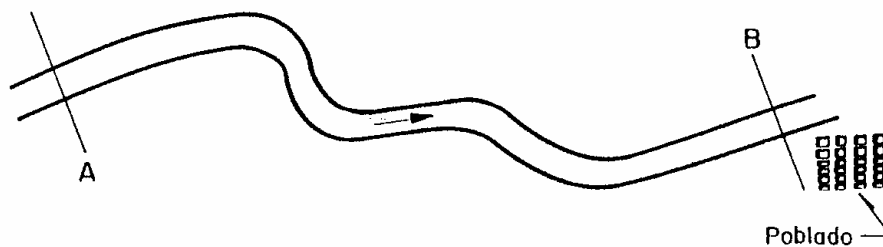


Figura 7.11. Tramo del río en estudio

Con el método de Muskingum transitar la avenida entre el tramo A-B y determinar si el poblado localizado en B se inunda, si en sitio A se presenta el hidrograma mostrado en la figura 7.12.

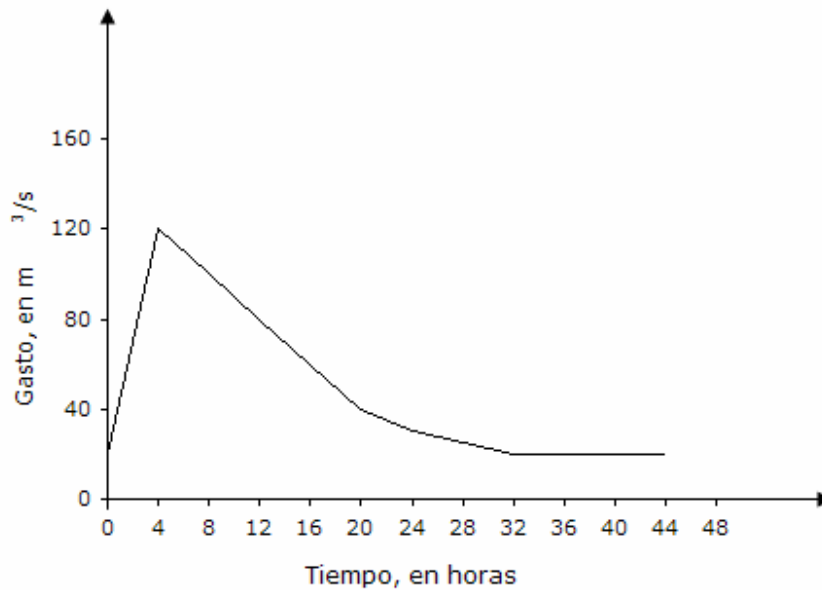


Figura 7.12. Hidrograma o avenida de diseño en la sección A

Además, se sabe que en pasado se registraron en los sitios A y B las avenidas que se muestran respectivamente en la figura 7.13.

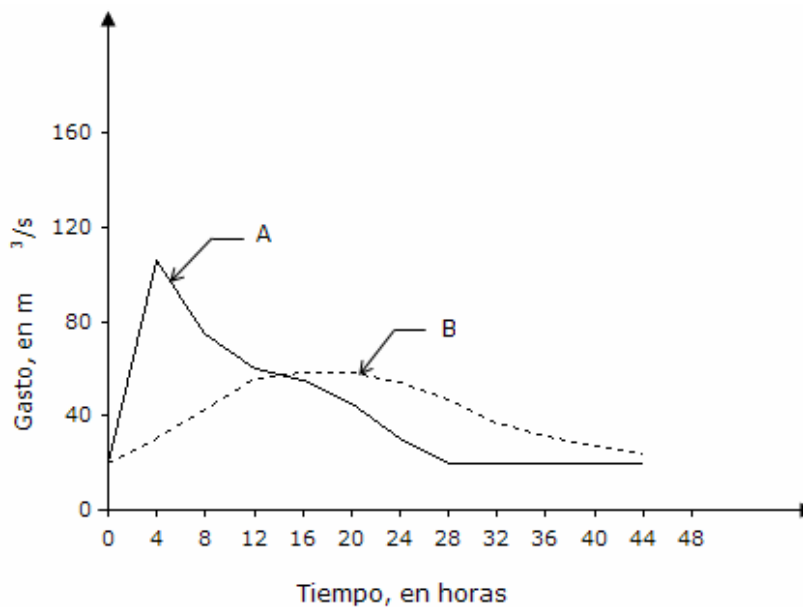


Figura 7.13. Hidrogramas medidos en las secciones A y B



## Solución:

a) Estimación de las variables X y K.

- 1) Con los datos disponibles se elaboró la tabla 7.3 con un total de 15 columnas cuyo contenido se describe a continuación.
- 2) En la primera opción, se supone que  $X = 0.1$  y los resultados se observan en las columnas (1) a (9).
- 3) Posteriormente, se dibujan los valores de la columna (6) contra los de la columna (9). El resultado se puede ver en la figura 7.14 a).
- 4) Visualmente se observa que los trazos no se aproximan a una recta, por lo que es necesario suponer otro valor de la variable X. Por consiguiente, se considero otra opción con un valor de  $X = 0.3$  (en lugar de  $X = 0.1$ ) y se llenaron las columnas (10) a (12) de la tabla 7.3.
- 5) En seguida, se dibujaron los valores de la columna (6) contra los de la columna (12) y su resultado se observa en la figura 7.14 b).
- 6) Analizando visualmente el comportamiento de la figura 7.14, b) se detecta un ajuste inadecuado para el valor de  $X = 0.3$ .
- 7) Entones se procede a realizar otra aproximación utilizando una tercera opción con un valor de  $X = 0.13$  y se llenaron las columnas (13) a (15) de tabla 7.3.
- 8) Se dibujaron los valores de la columna (6) contra los de la columna (15) y en la figura 7.14 c), se observa el resultado.
- 9) Observando las tres opciones, se determinó que el mejor ajuste se presenta en la figura 7.14 c), ya que se tiene un buen ajuste a una recta.
- 10) En consecuencia, se toma que X es igual a 0.13 como el valor correcto.
- 11) El valor de K se obtuvo al calcular la pendiente de la recta, línea punteada de la figura 7.15, a la que se aproximan todos los trazos.
- 12) La magnitud de K resultó ser igual a 11.43 horas.

- 13) Conocidos los valores de  $K$  y  $X$  se procede a estimar con las ecuaciones (7.34), (7.35) y (7.36), las magnitudes de las constantes  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$ .

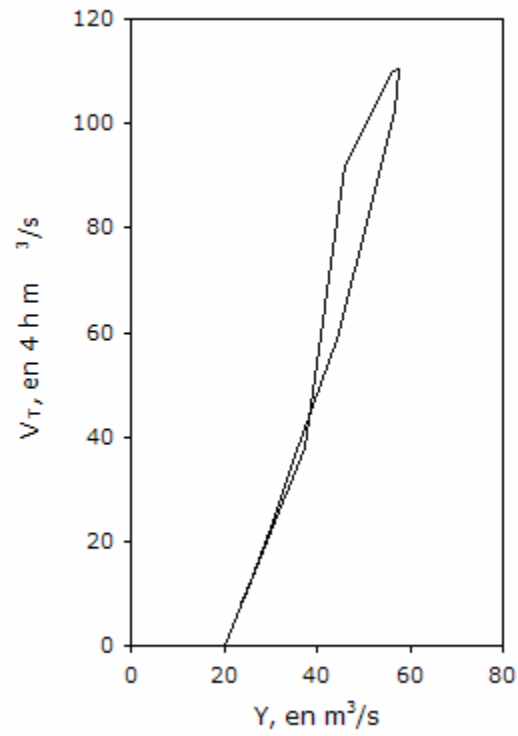


Figura 7.14 a). Relaciones entre el almacenamiento y los gastos

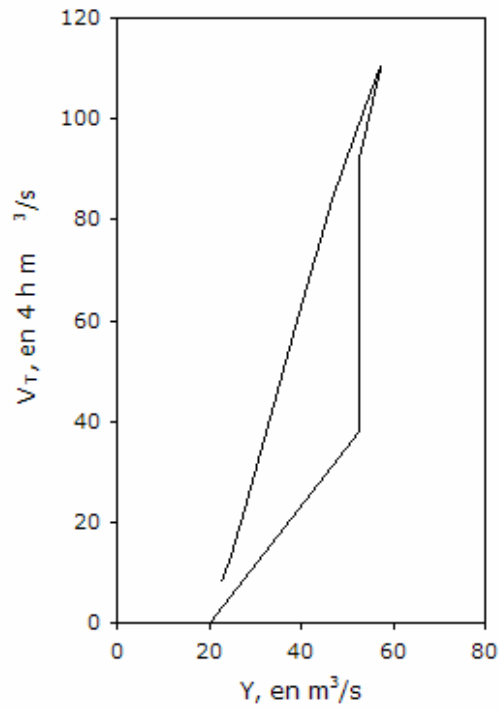


Figura 7.14 b). Relaciones entre el almacenamiento y los gastos

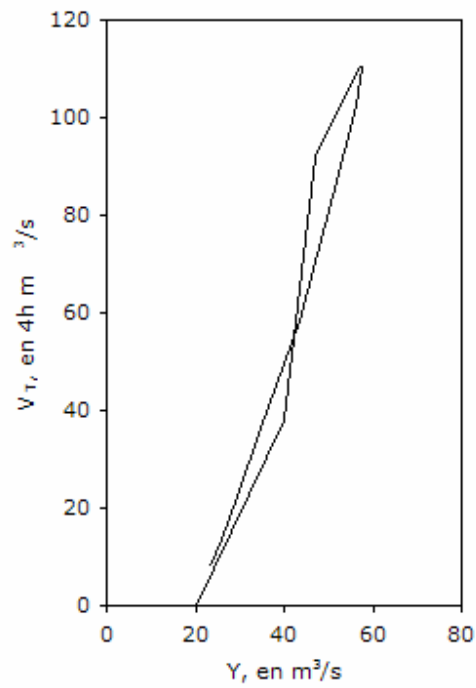
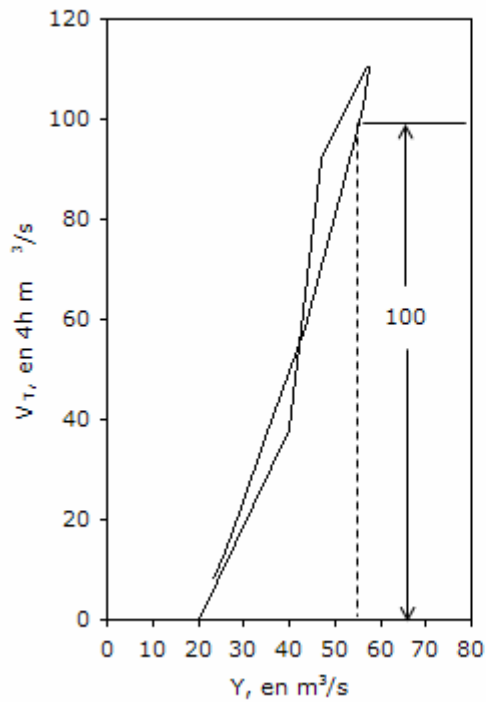


Figura 7.14 c). Relaciones entre el almacenamiento y los gastos



$$K = \frac{100 (4) 3600}{(55 - 20)} = 41,142.86 \text{ s}$$

$$K = 11.43 \text{ horas}$$

Figura 7.15. Estimación del parámetro K del método de MUSkingum

Tabla 7.3. Cálculos para la calibración de la constante X

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
t, h	I, m <sup>3</sup> /s	O, m <sup>3</sup> /s	I-O, m <sup>3</sup> /s	V <sub>almacenado</sub> (4h)m <sup>3</sup> /s	V <sub>T</sub> (4h)m <sup>3</sup> /s	X=0.1 Y = XI + (1-X) O			X=0.3 Y = XI + (1-X) O			X=0.13 Y = XI + (1-X) O		
						0.1 I	0.9 O	Total	0.3 I	0.7 O	Total	0.13 I	0.87 O	Total
0	20	20	0	0.0	0	2.0	18.0	20.0	6.0	14.0	20.0	2.6	17.4	20.0
4	106	30	76	38.0	38.0	10.6	27.0	37.6	31.8	21.0	52.8	13.8	26.1	39.9
8	75	43	32	54.0	92.0	7.5	38.7	46.2	22.5	30.1	52.6	9.8	37.4	47.2
12	60	56	4	18.0	110.0	6.0	50.4	56.4	18.0	39.2	57.2	7.8	48.7	56.5
16	55	58	-3	0.5	110.5	5.5	52.2	57.7	16.5	40.6	57.1	7.2	50.5	57.6
20	45	58	-13	-8.0	102.5	4.5	52.2	56.7	13.5	40.6	54.1	5.9	50.5	56.3
24	30	54	-24	-18.5	84.0	3.0	48.6	51.6	9.0	37.8	46.8	3.9	47.0	50.9
28	20	47	-27	-25.5	58.5	2.0	42.3	44.3	6.0	32.9	38.9	2.6	40.9	43.5
32	20	37	-17	-22.0	36.5	2.0	33.3	35.3	6.0	25.9	31.9	2.6	32.2	34.8
36	20	31	-11	-14.0	22.5	2.0	27.9	29.9	6.0	21.7	27.7	2.6	27.0	29.6
40	20	27	-7	-9.0	13.5	2.0	24.3	26.3	6.0	18.9	24.9	2.6	23.5	26.1
44	20	24	-4	-5.5	8.0	2.0	21.6	23.6	6.0	16.8	22.8	2.6	20.9	23.5

b) El proceso para estimar los volúmenes almacenados que aparecen en la columna (5) de la tabla 7.3, para los intervalos de tiempo, se indica a continuación:

$$V_{0-4} = \frac{0 + 76}{2} = \frac{76}{2} = 38$$

$$V_{4-8} = \frac{76 + 32}{2} = \frac{108}{2} = 54$$

$$V_{8-12} = \frac{32 + 4}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

$$V_{12-16} = \frac{4 + (-3)}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$V_{16-20} = \frac{-3 - 13}{2} = \frac{-16}{2} = -8.0$$

$$V_{20-24} = \frac{-13 - 24}{2} = \frac{-37}{2} = -18.5$$

$$V_{24-28} = \frac{-24 - 27}{2} = \frac{-51}{2} = -25.5$$

$$V_{28-32} = \frac{-27 - 17}{2} = \frac{-44}{2} = -22.0$$

$$V_{32-36} = \frac{-17 - 11}{2} = \frac{-28}{2} = -14.0$$

$$V_{36-40} = \frac{-11 - 7}{2} = \frac{-18}{2} = -9.0$$

$$V_{40-44} = \frac{-7 - 4}{2} = \frac{-11}{2} = -5.5$$

c) Cálculo de las constantes  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$ , con  $\Delta t = 4$  h,  $K = 11.43$  horas y  $X = 0.13$ .

$$C_0 = \frac{-KX + 0.5 \Delta t}{K - KX + 0.5 \Delta t} = \frac{-11.43 (0.13) + 0.5 (4)}{11.43 - 11.43 (0.13) + 0.5 (4)} = 0.04$$

$$C_0 = 0.04$$

$$C_1 = \frac{KX + 0.5 \Delta t}{K - KX + 0.5 \Delta t} = \frac{11.43 (0.13) + 0.5 (4)}{11.43 - 11.43 (0.13) + 0.5 (4)} = 0.29$$

$$C_1 = 0.29$$

$$C_2 = \frac{K - KX - 0.5 \Delta t}{K - KX + 0.5 \Delta t} = \frac{11.43 - 11.43 (0.13) - 0.5 (4)}{11.43 - 11.43 (0.13) + 0.5 (4)} = 0.67$$

$$C_2 = 0.67$$

d) Se verifica que se cumpla lo siguiente:

$$C_0 + C_1 + C_2 = 0.04 + 0.29 + 0.67 = 1.0$$

e) Se efectúa el tránsito de la avenida con la ecuación:

$$O_i = C_0 I_i + C_1 I_{i-1} + C_2 O_{i-2}$$

$$O_i = 0.04 I_i + 0.29 I_{i-1} + 0.67 O_{i-2}$$

f) Los resultados se encuentran resumidos en la tabla 7.4 y de acuerdo con los valores, se observa que el gasto máximo de egreso, hidrograma en el sitio B, es de 71.81 m<sup>3</sup>/s, por lo que se comprueba que si se inundará el poblado B.

g) La figura 7.16 indica los hidrogramas de ingreso y egreso en las secciones A y B del tramo de río en estudio, obtenidos al transitar la avenida de diseño por el método de Muskingum.

Tabla 7.4. Aplicación del método de Muskingum

i	Hora	Ingreso $I_i$ , en $m^3/s$	$0.04 I_i$ , en $m^3/s$	$0.29 I_{i-1}$ , en $m^3/s$	$0.67 O_{i-2}$ , en $m^3/s$	Egreso $O_i$ , en $m^3/s$
1	0	20	....	....	....	20.00
2	4	120	4.80	5.80	13.40	24.00
3	8	100	4.00	34.80	16.08	54.88
4	12	80	3.20	29.00	36.77	68.97
5	16	60	2.40	23.20	46.21	<b>71.81</b>
6	20	40	1.60	17.40	48.11	67.11
7	24	30	1.20	11.60	44.97	57.77
8	28	25	1.00	8.70	38.70	48.40
9	32	20	0.80	7.25	32.43	40.48
10	36	20	0.80	5.80	27.12	33.72
11	40	20	0.80	5.80	22.59	29.19
12	44	20	0.80	5.80	19.56	26.16

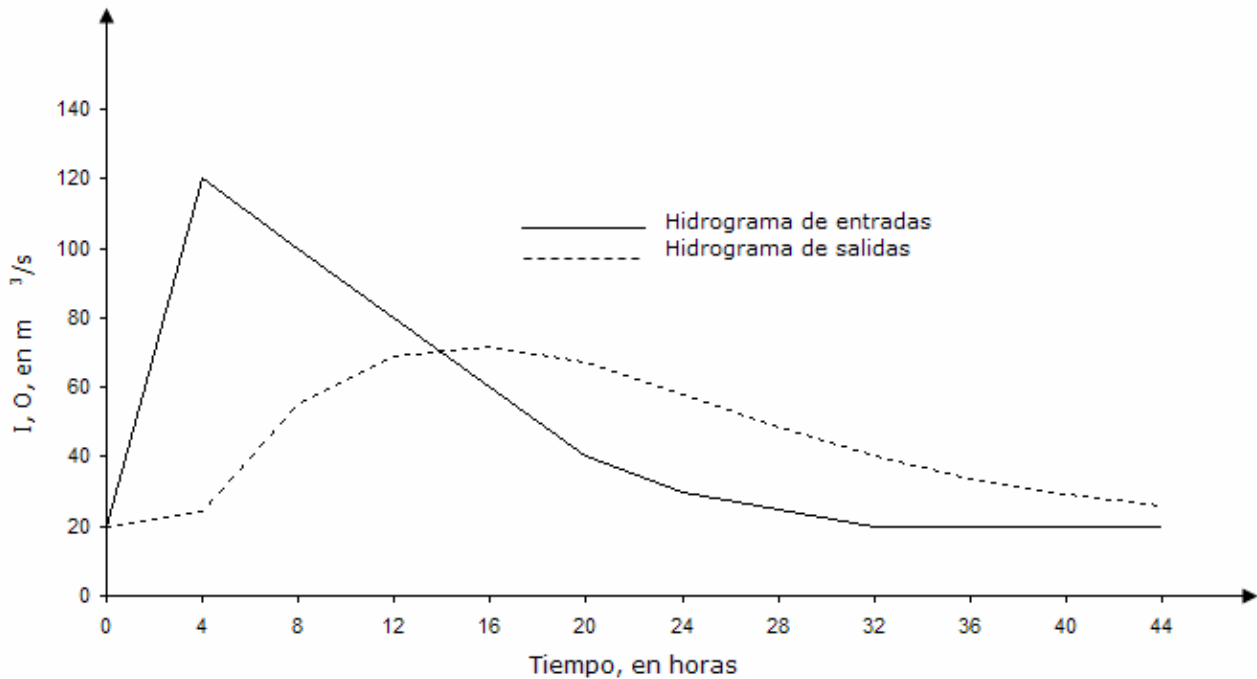


Figura 7.16. Hidrogramas de entrada y salida obtenidos al transitar una avenida con el método de Muskingum

## Referencias

- Breña-Puyol A. F. (2004). *Algoritmo numérico aplicado al tránsito de avenidas en vasos*. Revista CONTACTOS, Universidad Autónoma Metropolitana, 52: 23-30.
- Chow, V. T. (1964). *Handbook of Applied Hydrology*. McGraw-Hill; New York.
- Fuentes, O, y V. Franco (1999). *Estudio Hidrológico para Obras de Protección*. Capítulo 3 del Manual de Ingeniería de Ríos, Instituto de Ingeniería, UNAM; México.
- Hjelmfelt, A. and J. Cassidy (1976). *Hydrology for Engineers and Planners*. The Iowa State University Press; USA.
- Linsley, R. et al (1975). *Hydrology for Engineers*. McGraw-Hill; New York.
- McCarthy, G. T. (1938). *The unit hydrograph and flood routing*. Conference of the North Atlantic Division U. S. Army Corp of Engineers.
- Viessman, W. et al (1977). *Introduction to Hydrology*. Harper and Row Publishers; New York.



*Principios y Fundamentos de la Hidrología Superficial*, se editó en formato electrónico el 10 de enero de 2006, en la Coordinación General de Vinculación y Desarrollo Institucional de la Rectoría General de la Universidad Autónoma Metropolitana, Tlalpan, D.F. México.